
UE 212 ➡

FINANCE

Année 2013-2014

Ce fascicule comprend :
La présentation de l'UE
La série 1
Le devoir 1 à envoyer à la correction

LA VALEUR

En collaboration avec
le Centre National
d'Enseignement à Distance
Institut de Lyon

CNED

Philippe AVARE
Jean-Claude COILLE
Antoine ROGER

W2121-F1/4

Les auteurs :

Philippe AVARE : Maître de conférences au Cnam-Intec, expert-comptable et commissaire aux comptes.

Jean-Claude COILLE : Professeur au Cnam-Intec, responsable pédagogique de l'UE de finance du DSGC.

Antoine ROGER : Diplômé d'expertise comptable et enseignant en finance (DGC et DSGC).

⟨••• www.cnamintec.fr •••⟩

L'ensemble des contenus (textes, images, données, dessins, graphiques, etc.) de ce fascicule est la propriété exclusive de l'INTEC-CNAM. En vertu de l'art. L. 122-4 du Code de la propriété intellectuelle, la reproduction ou représentation intégrale ou partielle de ces contenus, sans autorisation expresse et préalable de l'INTEC-CNAM, est illicite. Le Code de la propriété intellectuelle n'autorise que « les copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » (art. L. 122-5).

«... OBJECTIFS ...»

Cette première série a deux objectifs :

- 1. La présentation générale de la matière** : programme officiel, plan des séries de l'Intec, méthodologie de l'épreuve.
- 2. L'étude du premier thème du programme** : la valeur.

La question de la valeur est centrale en finance. Le programme du DSCG regroupe sous le chapitre « La valeur » quatre thèmes principaux : valeur et temps, valeur et risque, valeur et information et valeur et options. Ainsi, cette première série permettra :

- l'acquisition et la consolidation des connaissances fondamentales en mathématiques financières permettant d'évaluer des flux réalisés à différentes périodes (actualisation, temps discret et continu, etc.) ;
- le développement des connaissances indispensables en théorie financière pour comprendre les fondamentaux de la finance moderne, née dans les années 1950 à partir des travaux de Markowitz, puis de Fama et French et Modigliani et Miller ;
- l'approfondissement des connaissances liées à l'utilisation de modèles d'évaluation d'actifs et de flux financiers comme le MEDAF ;
- l'analyse du fonctionnement des marchés financiers : principes généraux, comportement des investisseurs, etc.

Cette première série du cours de finance développe ainsi une technicité mathématique indispensable à la compréhension de l'ensemble du cours et présente un panorama des concepts et réalités de la finance de marché.

TABLE DES MATIÈRES

PRÉSENTATION DE L'UE	9
PLAN ANNUEL DU COURS	17
PARTIE 1. LA VALEUR	19
INTRODUCTION GÉNÉRALE	19
TITRE 1. LA VALEUR ET LE TEMPS	20
Chapitre 1. Actualisation et capitalisation en temps discret et en temps continu	20
Section 1. Actualisation et capitalisation en temps discret	20
Section 2. Actualisation et capitalisation en temps continu	23
Chapitre 2. Évaluation d'une obligation	24
Section 1. Définition d'une obligation	24
Section 2. Caractéristiques d'une obligation	24
Section 3. Taux de rendement actuariel et valeur d'une obligation	26
Section 4. Risques attachés à une obligation	28
Section 5. Cotation des obligations	34
Chapitre 3. Évaluation d'une action	36
Section 1. Définition d'une action	36
Section 2. Caractéristiques d'une action	36
Section 3. Éléments de base à l'évaluation d'une action	37
Section 4. Les modèles à perpétuité	39
Section 5. Modèles à plusieurs périodes	42
TITRE 2. LA VALEUR ET LE RISQUE	45
Chapitre 1. Gestion de portefeuille	45
Section 1. Notion de portefeuille	46
Section 2. Sélection d'un portefeuille	46
Section 3. Diversification d'un portefeuille	46
Chapitre 2. Rentabilité et risque d'un portefeuille	48
Section 1. Rentabilité et risque d'un titre	49
Section 2. Rentabilité et risque d'un portefeuille composé de deux titres	54

Chapitre 3. La droite de marché des capitaux	57
Section 1. L'équation de la droite du marché.....	57
Section 2. La droite de marché des capitaux.....	58
Chapitre 4. Le modèle d'équilibre des actifs financiers (MEDAF)	58
Section 1. Les hypothèses du modèle	59
Section 2. La formulation du modèle.....	59
Section 3. Les critiques du modèle	60
Chapitre 5. Les modèles à plusieurs facteurs	61
Section 1. Modèle d'évaluation par l'arbitrage (MEA)	61
Section 2. Modèle de Fama et French	63
Section 3. L'approche historique des primes de risque	64
TITRE 3. LA VALEUR ET L'INFORMATION.....	65
Chapitre 1. Les cours boursiers	65
Section 1. Théories des cours boursiers	65
Section 2. La prévision des cours	67
Chapitre 2. Les formes d'efficience informationnelle.....	68
Section 1. La forme faible de l'efficience.....	69
Section 2. La forme semi-forte de l'efficience	70
Section 3. La forme forte de l'efficience.....	70
Chapitre 3. Finance comportementale.....	71
Section 1. Les anomalies.....	71
Section 2. Les « biais » psychologiques (ou biais cognitifs).....	72
Section 3. L'irrationalité des individus ou les heuristiques	73
Section 4. Les limites de l'arbitrage	73
Section 5. Les bulles spéculatives	74
Section 6. Les krachs boursiers	76
TITRE 4. LA VALEUR ET LES OPTIONS	77
Chapitre 1. Définition d'une option.....	77
Section 1. L'option d'achat (call)	78
Section 2. L'option de vente (put).....	78
Chapitre 2. Caractéristiques de l'option	79
Section 1. Le prix d'exercice (strike).....	79
Section 2. Nature du sous-jacent	79
Section 3. Valeur d'une option.....	79
Section 4. Position du cours du sous-jacent par rapport au prix d'exercice	82

Chapitre 3. Les déterminants de la valeur d'une prime d'option négociable...82

Section 1. Les déterminants endogènes de la valeur d'une prime d'option négociable82

Section 2. Les déterminants exogènes de la valeur d'une prime d'option négociable83

Chapitre 4. Les lettres grecques.....85

Section 1. Sensibilité au passage du temps (thêta)85

Section 2. Sensibilité à l'évolution du cours du sous-jacent (delta)86

Section 3. Sensibilité du delta aux variations de la volatilité (véga)87

Section 4. Sensibilité aux variations des taux d'intérêt (rhô)87

Section 5. Sensibilité à la distribution des dividendes87

Chapitre 5. Les stratégies d'intervention sur options négociables.....88

Section 1. Positions simples sur options.....88

Section 2. Positions combinées sur options95

Chapitre 6. Méthodes d'évaluation des options négociables.....100

Section 1. Le modèle de Black et Scholes.....100

Section 2. Le modèle de Cox et Rubinstein (modèle binomial).....105

EXERCICES AUTOCORRIGÉS 111**INDEX 120****DEVOIR 1 121**

PRÉSENTATION DE L'UE

I. LA FINANCE...

La finance regroupe l'ensemble des concepts, outils et pratiques qui permettent d'organiser la circulation des flux monétaires entre agents économiques. Par exemple, l'outil que constitue le plan de financement permet à une entreprise qui souhaite emprunter des fonds, de convaincre un établissement de crédit qu'elle aura les ressources suffisantes pour faire face aux échéances.

Par ailleurs, le raisonnement financier est basé sur un certain nombre de principes que nous développons dans les lignes suivantes.

A. RÉMUNÉRATION DU TEMPS

Le premier principe est que l'immobilisation de capitaux doit être compensée par un gain futur. L'immobilisation de capitaux (un apport en capital dans une entreprise par exemple) entraîne la renonciation à une consommation immédiate. L'agent qui prête son argent à un autre se prive ainsi de possibilités d'achat et il attend donc une contrepartie, le plus souvent un intérêt, qui viendra rémunérer l'immobilisation de ses ressources.

Supposons ainsi que, conformément aux pratiques en vigueur dans son secteur d'activité, une entreprise accorde habituellement un délai de paiement de 30 jours à ses clients. Afin de redresser sa trésorerie, elle octroie néanmoins un escompte de 1 % pour paiement au comptant (soit l'équivalent d'environ 12 % par an). Cet escompte doit être suffisant pour inciter les clients à se dessaisir de leur trésorerie 30 jours plus tôt.

Du point de vue de l'entreprise, cette proposition est rationnelle si elle ne peut pas trouver de financements moins onéreux (escompte d'effets de commerce par exemple).

Pour le client, la proposition est recevable s'il ne peut pas recevoir une rémunération supérieure en contrepartie de l'immobilisation de sa trésorerie.

B. RÉMUNÉRATION DU RISQUE

Le second principe est lié au risque de ne pas récupérer la totalité des capitaux immobilisés. Lorsqu'un agent prête de l'argent à un État, il est, dans la plupart des cas, assuré d'être remboursé. Aussi, les intérêts qu'il percevra ne rémunéreront que le temps durant lequel les ressources sont immobilisées.

En revanche, lorsque les ressources sont apportées à une entreprise, l'activité de celle-ci est par nature risquée : risque de faillite, de sous-performance, etc. Dans ce cas, les intérêts perçus par le prêteur rémunéreront à la fois la durée d'immobilisation des ressources et le risque de défaut de remboursement. Le taux d'intérêt sera donc plus élevé et la difficulté réside alors dans l'estimation de cette « prime de risque ».

C. HYPOTHÈSE DE RATIONALITÉ

Le troisième principe est l'hypothèse de rationalité des agents économiques. La finance est en grande partie basée sur cette hypothèse forte. On considère que les agents disposent des informations nécessaires à la prise de décision et qu'ils prennent une décision rationnelle, c'est-à-dire basée sur leurs préférences et reproductible dans le temps si les conditions sont identiques.

Cette hypothèse de rationalité a été remise en question par la théorie économique et notamment les travaux du prix Nobel d'économie (1978) Herbert Simon qui montre que la rationalité parfaite n'existe pas et que la rationalité des agents économiques est plus ou moins limitée. Plusieurs courants de recherche récents en finance ont donc abandonné partiellement cette hypothèse de rationalité (finance comportementale par exemple), mais les règles de fonctionnement des marchés financiers sont encore construites autour de cette logique et de l'efficacité supposée des marchés qui en découle.

D. DIPTYQUE RENTABILITÉ/RISQUE

Le quatrième principe est la résultante des trois précédents : il s'agit de la relation entre rentabilité et risque. Parce qu'ils sont rationnels, les agents économiques cherchent à maximiser la rentabilité de leurs actions. Cette rentabilité est déterminée par de multiples facteurs, mais le principe directeur est l'arbitrage rentabilité/risque. L'objectif des outils financiers est très souvent l'aide à la prise de décision et donc à l'arbitrage entre plusieurs utilisations possibles des ressources. On considère classiquement que plus le risque est élevé, plus la rentabilité doit être importante.

E. LANGAGE FORMALISÉ

Le cinquième principe de la finance est l'utilisation du langage mathématique. Les mathématiques permettent la mesure des quantités qui composent les flux monétaires échangés entre agents économiques. Elles sont donc indispensables en finance. Par ailleurs, les développements importants de la théorie financière moderne (développée depuis les années 1950 à partir notamment des travaux de Harry Markowitz, prix Nobel d'économie en 1990) reposent en grande partie sur une modélisation mathématique poussée. Une grande partie des recherches et produits développés en finance de marché découle directement de modèles mathématiques très sophistiqués.

Ces cinq principes constituent le socle de la plupart des développements de ce cours. Ils seront repris et développés sous différentes formes, notamment au travers de la première série sur la valeur et la théorie financière.

II. LE PROGRAMME OFFICIEL DU DSCG ET LE COURS DE FINANCE DE L'INTEC

Le cours de finance de l'UE 212 – DSGC de l'Intec est très étroitement construit à partir du programme officiel du DSCG dont il couvre la totalité. Il intègre donc à la fois des développements en finance d'entreprise et en finance de marché.

A. LE PROGRAMME OFFICIEL DE L'UE N° 2 DU DSCG – BO N° 11 DU 18 MARS 2010

Sens et portée de l'étude	Notions et contenus
1. La valeur (20 heures)	
1.1 La valeur et le temps	
La notion de valeur est centrale en finance et sera présentée sous les angles financier et mathématique afin de mettre en évidence ses liens avec le temps.	Actualisation en temps discret et en temps continu Évaluation d'une obligation : valeur coupon attaché et valeur au pied du coupon Sensibilité et duration d'une obligation Évaluation d'une action : modèles à perpétuité, modèles à plusieurs périodes Liens entre la valeur actuelle nette des investissements et la valeur des actions
1.2 La valeur et le risque	
Les modèles proposés par la théorie financière fournissent des outils pour quantifier le prix du risque.	Le modèle d'équilibre des actifs financiers (MEDAF) : fondements, possibilités d'utilisation pratique, limites Les modèles à plusieurs facteurs : modèle d'évaluation par l'arbitrage (MEA), modèle de Fama French La mesure des primes de risque : l'approche historique
1.3 La valeur et l'information	
Les marchés financiers sont a priori organisés en vue d'assurer aux investisseurs une information financière de qualité et une allocation efficiente des ressources.	Cours boursiers Les différentes formes d'efficience Les anomalies traitées par la finance comportementale et les bulles spéculatives Importance de l'hypothèse d'efficience pour la gestion financière
1.4 La valeur et les options	
Les options constituent à la fois un outil de couverture des risques et un outil d'analyse de la situation des apporteurs de capitaux.	Option : caractéristiques de l'instrument Déterminants de la valeur d'une option Évaluation binomiale Modèle de Black et Scholes
2. Diagnostic financier approfondi (20 heures)	
2.1 Analyse financière des comptes consolidés	
Dès lors qu'une société exerce un contrôle ou une influence notable sur une autre, l'étude de ses seuls comptes individuels ne permet plus de porter un jugement sur sa santé financière. L'étude des comptes consolidés est alors nécessaire, ce qui implique d'en connaître les incidences en matière de diagnostic financier.	Démarche du diagnostic et impacts des comptes consolidés Analyse de l'activité Analyse de la structure financière Analyse de la rentabilité : rentabilité économique et rentabilité des capitaux propres Analyse par les flux de trésorerie
2.2 Les outils modernes du diagnostic	
Face aux limites des approches purement comptables du diagnostic financier, de nouvelles approches ont été développées.	Analyse de la création de valeur Analyse de la structure financière à l'aide des options réelles Notation
3. Le financement de l'entreprise (20 heures)	
3.1 Évaluation par les flux	
Différentes approches existent pour évaluer une entreprise. Selon le contexte de l'opération et les caractéristiques de l'entreprise, certaines méthodes seront à privilégier. Il faut donc être en mesure de déterminer la ou les méthodes adéquates, les mettre en œuvre et pouvoir expliquer les différences de valorisation auxquelles elles aboutissent.	Approches par les flux : revenant aux apporteurs de capitaux, revenant aux actionnaires Les modèles d'actualisation des dividendes

3.2 Évaluation par approche comparative	
Différentes approches existent pour évaluer une entreprise. Selon le contexte de l'opération et les caractéristiques de l'entreprise, certaines méthodes seront à privilégier. Il faut donc être en mesure de déterminer la ou les méthodes adéquates, les mettre en œuvre et pouvoir expliquer les différences de valorisation auxquelles elles aboutissent.	Le choix des inducteurs La constitution d'échantillons d'entreprises comparables Les effets des paramètres sous-jacents sur les conditions d'évaluation
3.3 Évaluation par approche comparative	
Différentes approches existent pour évaluer une entreprise. Selon le contexte de l'opération et les caractéristiques de l'entreprise, certaines méthodes seront à privilégier. Il faut donc être en mesure de déterminer la ou les méthodes adéquates, les mettre en œuvre et pouvoir expliquer les différences de valorisation auxquelles elles aboutissent.	Actif net réévalué Détermination et justification d'une différence de valeur (<i>goodwill, badwill</i>)
4. Investissement et financement (30 heures)	
4.1 Les projets d'investissement	
Pour assurer sa pérennité, l'entreprise doit investir. La sélection des projets à réaliser est une étape cruciale dans la vie des entreprises, qui doit tenir compte de nombreux facteurs.	Les critères de sélection des projets d'investissement (prise en compte des projets mutuellement exclusifs et des projets liés) Approche par les options réelles
4.2 Modalités de financement	
En fonction de son contexte et de sa taille, l'entreprise met en œuvre une politique financière afin de financer le plus judicieusement possible les emplois de sa politique économique.	Les quasi-fonds propres Les financements obligataires (simples et particuliers) Les titres de créance négociables L'introduction en Bourse Le capital risque
4.3 Le choix d'une structure de financement	
L'arbitrage entre capitaux propres et dettes résulte d'un certain nombre de facteurs qu'il convient de connaître afin d'optimiser la structure financière de l'entreprise.	Théories explicatives du choix de financement
5. La trésorerie (20 heures)	
La dimension internationale des entreprises tant dans leur structure (multinationale) que dans leurs activités (import-export) les expose à des risques supplémentaires. Plusieurs techniques permettent de diminuer leur exposition globale au risque en optimisant l'organisation de leur trésorerie. Le risque résiduel ne pouvant être supprimé, il peut être couvert sur les marchés organisés ou de gré à gré.	Gestion des flux de trésorerie au sein d'un groupe (y compris les aspects spécifiques à un groupe international) Couverture des risques de change et de taux : contrats standardisés sur les marchés organisés, contrats de gré à gré
6. Ingénierie financière (30 heures)	
6.1 La politique de dividende	
La politique de dividende consiste, pour une entreprise, à déterminer le niveau et la forme de la rémunération qu'elle entend verser à ses actionnaires.	Le processus et les effets informationnels du paiement du dividende La dimension fiscale
6.2 La gestion de la valeur de l'action	
La recherche de sources de création de valeur ou l'élimination de sources de destruction de valeur pour les actionnaires peuvent conduire les entreprises à restructurer profondément leurs actifs et passifs.	Les rachats d'action : les mécanismes, les effets attendus, la mesure des politiques suivies Les opérations affectant le nombre d'actions Les opérations de restructuration (apport partiel d'actif, scission-dissolution, scission partielle avec échange d'actions) L'introduction de filiales en Bourse

6.3 Les fusions et acquisitions	
	Recherche de synergies et autres facteurs Le recours aux holdings Les opérations à effet de levier Les offres publiques
6.4 Les opérations sur les dettes et sur les créances	
	Le désendettement (<i>defeasance</i>) et la titrisation : objectifs et modalités
6.5 Les opérations de désinvestissement et de liquidation dans un contexte de défaillance	
	Effets attendus sur la valeur et logique des cessions Processus de redressement Processus de liquidation
6.6 Éthique et gouvernement d'entreprise	
	Prise en compte de l'éthique dans le management financier de l'entreprise Politique de rémunération des dirigeants
INDICATIONS COMPLÉMENTAIRES 2.1 Les éléments fondamentaux du diagnostic financier ont été abordés dans le programme du DCG. Au niveau du DSCG, il s'agit, d'une part, de compléter l'approche par des méthodes d'analyse complémentaires et, d'autre part, d'élargir le champ du diagnostic aux groupes. Pour l'analyse de l'activité, on s'intéressera en particulier à la formation du résultat et à l'information sectorielle. Au-delà des calculs, le candidat devra être en mesure de construire l'analyse et d'en extraire des commentaires. Par ailleurs, il n'est pas demandé de maîtriser dans le détail les règles de consolidation mais leurs principes fondamentaux et leurs incidences en termes d'analyse. 4.1 Les éléments fondamentaux de la politique d'investissement ont été abordés dans le programme du DCG. Au niveau du DSCG, il s'agit d'approfondir la démarche par une approche complémentaire et d'étudier le cas de projets multiples. L'étude des projets d'investissement prendra en compte : le rationnement du capital, l'inflation et le risque de change. 4.2 Les modalités de financement étudiées en DCG sont complétées par d'autres formes de financement qui font, en particulier, appel au marché financier. 4.3 Dans cette étude on intégrera l'impact des coûts de défaillance, des coûts d'accès au capital et des coûts d'agence. 6.2 Les opérations affectant le nombre d'actions visent : la division des titres, la distribution d'actions gratuites, le versement de dividendes en actions.	

B. LE COURS DE FINANCE DE L'INTEC

Six thèmes principaux composent le programme du DSCG et le cours de l'Intec :

La valeur : ce thème rassemble les fondements théoriques de la finance d'entreprise et de marché. Mobilisant notamment quelques développements mathématiques, il constitue le fondement des autres thèmes.

L'investissement et le financement : ce thème s'intéresse au développement des entreprises. Il a pour objectif de donner les moyens d'analyser la rentabilité potentielle d'un investissement et de s'interroger sur les modes de financement envisageables.

L'évaluation d'entreprise : reprenant plusieurs des outils développés dans les parties précédentes, ce thème a pour ambition de répondre à la question : combien vaut cette entreprise ? Plusieurs approches sont développées, depuis les approches patrimoniales issues du référentiel comptable jusqu'aux approches basées sur l'actualisation des flux futurs, plus proches des outils de la finance de marché.

L'ingénierie financière : ce thème vise à expliquer comment les entreprises peuvent se développer, notamment au travers des regroupements d'entités. La dimension juridique y est bien entendu importante, mais les « montages » financiers les plus courants (opérations à effet de levier, en anglais *LBO* : *Leverage Buy Out*) sont également explicités et discutés, en fonction notamment des modes de gouvernance et de différents facteurs de contingence (stratégie, environnement, structure, taille, etc.).

Le diagnostic financier des groupes : ce thème reprend les principes d'analyse financière abordés au niveau du DCG pour les comptes sociaux (voir l'UE 116 – Finance d'entreprise de l'Intec), mais pour les groupes d'entreprises, donc les comptes consolidés. L'objectif est de répondre à la question : quelle est la santé financière de ce groupe ? Basé en partie sur les principes de la consolidation, le diagnostic financier des groupes s'interroge sur le diptyque rentabilité-risque.

La gestion de trésorerie des groupes : ce thème mobilise les outils et produits développés notamment en finance de marché pour optimiser la gestion de trésorerie des groupes.

Ces six thèmes sont regroupés au sein de quatre séries dans le cours de l'Intec :

- Série 1 : La valeur
- Série 2 : Investissement, financement et évaluation
- Série 3 : Ingénierie financière
- Série 4 : Diagnostic et gestion de trésorerie des groupes

Ces quatre séries couvrent l'intégralité du programme de l'UE 2 du DSCG.

Le programme officiel de l'épreuve n° 2 « Finance » du DSCG prévoit une épreuve écrite portant sur l'étude d'une ou de plusieurs situations pratiques.

Épreuve n° 2 : Finance

Durée : 3 heures.

Coefficient : 1.

12 crédits européens.

Le cours de l'Intec est autosuffisant. Néanmoins, les étudiants désirant approfondir certains points pourront se référer aux ouvrages proposés en bibliographie.

III. RECOMMANDATIONS IMPORTANTES

La réforme du cursus d'expertise-comptable a transformé en profondeur la nature et le contenu des diplômes délivrés. L'UE de finance du DSCG est à ce titre emblématique, car elle est basée sur un programme beaucoup plus ambitieux et plus large que celui des anciennes UE de du DECF et du DESCF.

Ces évolutions ont des conséquences sur le travail que chaque candidat à l'examen devra fournir. Au-delà de la méthodologie de travail développée ci-après, il importe également que chacun puisse se positionner au regard des exigences de l'UE et de ses acquis antérieurs. L'UE 116 – Finance d'entreprise du DGC est un pré-requis pour pouvoir s'inscrire dans l'UE 212 – Finance du DSGC de l'Intec. Cependant, ce pré-requis ne s'applique pas aux étudiants bénéficiant de la possibilité d'inscription aux épreuves du DSCG sur titre de master universitaire.

IV. MÉTHODOLOGIE DE TRAVAIL ET PRÉPARATION DE L'EXAMEN

Les séries sont toutes régies selon la même progression :

1. Explication des concepts de base.
2. Exemple simple d'illustration des concepts.
3. Explication des calculs détaillés.
4. Commentaires et démarche d'analyse.
5. Exercice détaillé avec corrigé.
6. Devoir (1 devoir pour les séries 1 et 4 ; 2 devoirs pour les séries 2 et 3).

La finance ne saurait être envisagée comme un domaine mobilisant uniquement des connaissances techniques. Il est fondamental que l'analyste, et donc également celui qui se forme à la matière, prenne en considération de multiples paramètres pour mener à bien une analyse financière pertinente ou l'étude d'un projet d'investissement.

Cette remarque entraîne une double contrainte pour l'étudiant en finance : il doit maîtriser parfaitement les outils et les techniques de l'analyse tout en conservant un regard critique l'amenant à ne pas se satisfaire de la seule maîtrise technique. Il est donc fondamental de comprendre les fondements des outils mobilisés. Une approche purement scolaire d'apprentissage ne saurait être suffisante.

Il ne paraît pas inutile de rappeler que la bonne compréhension des concepts financiers passe par une lecture attentive des séries et une progression dans le travail qui pourrait être la suivante :

1. La perception des concepts de base et leur rôle dans la démarche d'analyse.
2. La compréhension des modes de calcul des notions abordées.
3. La préparation des exercices détaillés préalablement à l'examen du corrigé.
4. La comparaison des résultats obtenus avec le corrigé.
5. Une reprise des exercices détaillés avec quelques jours de décalage.
6. La préparation du devoir.

La préparation des annales des sujets d'examens des années antérieures semble un bon complément.

Cette préparation des séries permettra au candidat de tester ses connaissances et l'habituerà de surcroît à la méthodologie de l'examen. Il est important d'apprendre à travailler en temps imparti.

Pour la rédaction des devoirs ou des annales, nous vous conseillons de vous mettre dans les conditions de l'examen, sans consulter de documents et avec une durée d'épreuve déterminée. Vous constaterez que dans la plupart des cas vous êtes trop lent et que vous avez du mal à rédiger et à présenter vos copies. Cette mise en condition vous amènera à modifier votre démarche.

Apprenez à lire un sujet, à appréhender les différentes parties à traiter (poids relatif en fonction du barème), l'indépendance des parties et des questions, à repérer les documents fournis en annexe.

L'expérience montre qu'une lecture trop rapide amène à une non-perception globale du sujet ou à des erreurs de compréhension ou d'interprétation.

Apprenez à ne pas perdre de temps :

Dans un examen, une majorité des notes est comprise entre 8 et 11 sur 20. Le fait de « rater » un examen est souvent un problème d'un demi ou un point. Donc, le demi-point marginal est capital et souvent dû à un problème de gestion du temps. Pour bien gérer votre temps :

1. Répartissez votre temps après la lecture du sujet en essayant d'estimer le barème par partie et sous-partie.
2. Utilisez votre temps avec un souci de productivité (le maximum de points pour un minimum de temps). Par exemple, il est inutile de passer trop de temps sur un commentaire où il vous est demandé de « commenter brièvement » ou « en quelques lignes dites... ».
3. Le gain de temps passe souvent par la rédaction directe sur la copie des éléments de réponse. Cela vous oblige à rédiger proprement et clairement. Prenez-en l'habitude dès le début de l'année.
4. Apprenez aussi à répondre sous forme de tableaux, l'épreuve de finance s'y prête particulièrement bien.

Il faut laisser de l'espace entre chaque réponse ; n'hésitez pas à changer de page entre chaque partie, cela vous évitera en cas de complément de réponse, venu postérieurement à la rédaction, de faire un renvoi en fin de copie, toujours désagréable à la correction et source d'erreurs.

Enfin, encadrez vos résultats et présentez-les de la même manière tout au long de votre copie.

V. BIBLIOGRAPHIE COMPLÉMENTAIRE

- A. Thauvron et A. Guyvarc'h, *DSCG 2 Finance*, Foucher, 2012.
- A. Guyvarc'h et A. Thauvron, *DSCG 2 Finance – Applications et cas corrigés*, Foucher, 2011.
- P. Vernimmen, P. Quiry, Y. Le Fur, *Finance d'entreprise*, Dalloz, 2014
- R. Goffin, *Principes de finance moderne*, Dalloz, 4^e éd., 2008.
- Finance d'entreprise, Théorie et pratique, Aswath Damodaran (auteur) et Gérard Hirigoyen (traducteur), De Boeck Editeur, 2006.
- Finance d'entreprise, Jonathan Berk et Peter Demarzo, Pearson, 2011.
- A. Thauvron, *Évaluation d'entreprise*, Economica, 3^e éd., 2009.

PLAN ANNUEL DU COURS

SÉRIE 1

PARTIE 1. LA VALEUR

- Titre 1. La valeur et le temps
- Titre 2. La valeur et le risque
- Titre 3. La valeur et l'information
- Titre 4. La valeur et les options

SÉRIE 2

PARTIE 2. INVESTISSEMENT ET FINANCEMENT EN AVENIR INCERTAIN

- Titre 1. Stratégie d'investissement dans un contexte d'incertitude
- Titre 2. Politique de financement
- Titre 3. Le choix d'une structure de financement

PARTIE 3. L'ÉVALUATION DE L'ENTREPRISE

- Titre 1. Contexte et démarche de l'évaluation
- Titre 2. L'évaluation par les flux
- Titre 3. L'évaluation par l'approche comparative
- Titre 4. L'évaluation par les approches patrimoniales et mixtes
- Titre 5. Synthèse et comparaison des méthodes d'évaluation

SÉRIE 3

PARTIE 4. INGÉNIERIE FINANCIÈRE

- Titre 1. La gestion de la valeur de l'action
- Titre 2. Les fusions
- Titre 3. Apports partiels d'actifs et scissions
- Titre 4. Les offres publiques
- Titre 5. Le *leverage buy-out* (LBO)
- Titre 6. La titrisation
- Titre 7. La défaisance
- Titre 8. Éthique et gouvernement d'entreprise

SÉRIE 4

PARTIE 5. DIAGNOSTIC FINANCIER DES GROUPES

Titre 1. Les comptes consolidés

Titre 2. Le diagnostic financier des groupes

Titre 3. La communication financière

PARTIE 6. GESTION DE TRÉSORERIE DES GROUPES

Titre 1. La gestion de trésorerie au sein d'un groupe

Titre 2. Couvertures du risque de change et de taux

LA VALEUR

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Vous trouverez ci-après les principales abréviations utilisées dans cette première série.

I. Abréviations

AMF	Autorité des marchés financiers
APT	Arbitrage Pricing Theory
BNPA	Bénéfice net par action
CB	Capitalisation boursière
CMPC	Coût moyen pondéré du capital
CRR	Cox, Ross et Rubinstein
MEDAF	Modèle d'évaluation des actifs financiers
MVA	Market Value Added
PER	Price Earning Ratio
TSR	Total Shareholder Return
WACC	Weighted Average Cost of Capital

II. Présentation de la partie 1

La microéconomie financière nous enseigne que les agents économiques ont une préférence pour le présent. Ainsi, tout agent économique, qui accepte de se priver de la possibilité de percevoir immédiatement une somme d'argent, entend percevoir une rémunération en contrepartie de cette privation. La notion de valeur apparaît ainsi comme directement liée au temps qui s'écoule.

La plupart des modèles financiers permettant l'évaluation d'un titre financier (action, obligation) intègrent le concept du temps (discret ou continu), au travers notamment des processus d'actualisation et de capitalisation des flux dégagés.

Après avoir rappelé brièvement les concepts d'actualisation et de capitalisation en temps discret et en temps continu, nous examinerons donc les méthodes de valorisation d'une obligation classique à taux fixe et d'une action ordinaire. Le cas des options sera examiné dans le titre 4.

TITRE 1. LA VALEUR ET LE TEMPS

CHAPITRE 1. ACTUALISATION ET CAPITALISATION EN TEMPS DISCRET ET EN TEMPS CONTINU

SECTION 1. ACTUALISATION ET CAPITALISATION EN TEMPS DISCRET

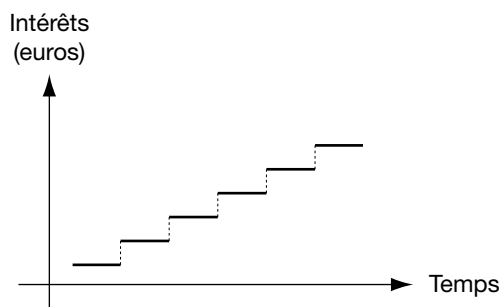
I. LA NOTION DE TEMPS DISCRET

Cette notion est attachée à l'intervalle de composition des intérêts. En temps discret, le calcul des intérêts se fait entre deux dates. Autrement dit, les intérêts sont produits de manière « discrète » x fois dans l'année, chaque versement étant relatif à une sous-période de durée $(1/x)$. C'est la méthode couramment utilisée pour le calcul des intérêts.

Si nous représentons graphiquement le mécanisme de la capitalisation périodique en temps discret, la courbe se caractérise par un niveau des intérêts perçus façon « escalier » :

- dans la capitalisation périodique en temps discret, on « monte » l'escalier (dans la capitalisation, on se projette vers le futur). La progression se fait par palier ;
- dans l'actualisation périodique en temps discret, on « descend » ce même escalier (dans le processus d'actualisation, on part du futur, pour se ramener au présent).

Composition discrète des intérêts



II. ACTUALISATION EN TEMPS DISCRET

Il n'est pas possible d'additionner directement des montants reçus à des dates différentes. Ces sommes ne sont pas immédiatement comparables, car toute personne préférera avoir 1 euro aujourd'hui plutôt que dans un an : il s'agit de la **préférence pour le présent**.

La technique de l'actualisation permet alors de calculer la **valeur actuelle** (C_0) d'une somme future (C_n) et rend ainsi possible la comparaison (en calculant leurs valeurs à la date actuelle) de flux économiques qui s'échelonnent dans le temps. Si « i » désigne le taux d'actualisation utilisé et « n » le nombre de périodes entre aujourd'hui et la date « n », nous avons alors :

$$C_0 = C_n \times (1 + i)^{-n}$$

Exercice 1

ÉNONCÉ

Un investisseur souhaite disposer d'un capital « futur » de 1 102,50 € dans 2 ans.

TRAVAIL À FAIRE

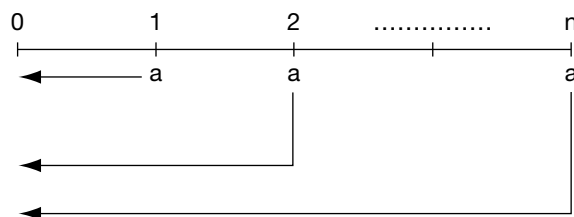
Quel est le capital (valeur actuelle) qu'il devra placer au taux d'actualisation de 5 % par an ?

CORRIGÉ

Valeur actuelle de la somme future = $C_0 = C_n \times (1 + i)^{-n} = 1\,102,5 \times 1,05^{-2} = 1\,000 \text{ €}$

Si on doit actualiser « n » montants identiques comme dans le schéma ci-après, on peut utiliser la formule suivante :

$$C_0 = a \times \left(\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right)$$

**Exercice 2****ÉNONCÉ****TRAVAIL À FAIRE**

Quelle est la valeur actuelle de 3 annuités constantes de 5 000 € chacune avec un taux d'actualisation de 5 % par an ?

CORRIGÉ

$$C_0 = 5\,000 \times \left(\frac{1 - 1,05^{-3}}{0,05} \right) = 13\,616,24 \text{ €}$$

Évidemment, on peut aussi actualiser chaque montant séparément et les additionner :

$$C_0 = 5\,000 \times 1,05^{-1} + 5\,000 \times 1,05^{-2} + 5\,000 \times 1,05^{-3} = 13\,616,24 \text{ €}$$

On peut rencontrer le cas d'une actualisation de n montants identiques avec n qui tend vers l'infini (rente perpétuelle). $(1 + i)^{-n}$ tend alors vers 0 et la formule précédente devient :

$$C_0 = \frac{a}{i}$$

Si les montants toujours calculés sur une durée infinie, croissent à un taux « g » constant, nous avons alors (avec a_1 , premier montant à actualiser) :

$$C_0 = \frac{a_1}{i - g}$$

Exercice 3**ÉNONCÉ****TRAVAIL À FAIRE**

1. Quelle est la valeur actuelle d'une série d'annuités constantes de 1 000 €, perçue sur une durée infinie, avec un taux d'intérêt annuel de 3 % ?
2. Quelle est la valeur actuelle d'une série d'annuités, en progression constante de 2 %, perçue sur une durée infinie et avec un taux d'intérêt annuel de 4 % ? La première annuité est égale à 100 €.

CORRIGÉ

1. $C_0 = \frac{1\,000}{0,03} = 33\,333 \text{ €}$
2. $C_0 = \frac{100}{0,04 - 0,02} = 5\,000 \text{ €}$

III. CAPITALISATION EN TEMPS DISCRET

Il s'agit du problème inverse au précédent avec un capital placé aujourd'hui (C_0) et d'un montant connu ; on cherche alors la valeur acquise par ce capital n périodes plus tard (C_n).

$$C_n = C_0 \times (1 + i)^n$$

S'il s'agit de capitaliser n montants identiques, nous avons alors :

$$C_n = a \times \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right)$$

Exercice 4**ÉNONCÉ**

On place 5 000 € au taux d'intérêt annuel de 4 %.

TRAVAIL À FAIRE

Quelle est la valeur acquise par cette somme après 2 ans et 6 mois ?

CORRIGÉ

$C_n = 5\,000 \times 1,04^{2,5} = 5\,515,1 \text{ €}$. La puissance 2,5 exprime la durée de l'opération, soit 2 ans et demi.

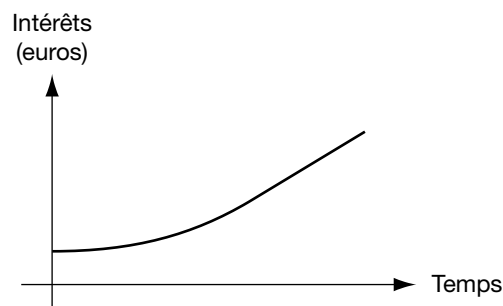
SECTION 2. ACTUALISATION ET CAPITALISATION EN TEMPS CONTINU

I. LA NOTION DE TEMPS CONTINU

Les intérêts peuvent être composés chaque semaine, chaque mois..., et en poussant la logique jusqu'au bout, les intérêts peuvent eux-mêmes générer des intérêts à chaque instant. Le nombre de périodes tend vers l'infini et la durée des périodes tend vers 0. Ce calcul en temps continu est surtout utilisé dans les modèles de finance de marché (évaluation des options, par exemple).

Si nous représentons graphiquement le mécanisme de l'actualisation périodique en temps continu, la pente de la courbe est plus lisse et plus accentuée que la composition en temps discret.

Composition continue des intérêts



II. ACTUALISATION ET CAPITALISATION EN TEMPS CONTINU

La valeur actuelle d'une somme future est donnée par la formule suivante :

$$C_0 = C_n \times e^{-i \times n}$$

Exercice 5

ÉNONCÉ

Si nous reprenons le même exemple de l'investisseur qui souhaite disposer d'un capital de 1 102,5 € dans 2 ans, mais avec une actualisation en temps continu.

TRAVAIL À FAIRE

Quel est le capital (valeur actuelle) qu'il devra placer au taux d'actualisation en temps continu de 5 % par an ?

CORRIGÉ

$$C_0 = C_n \times e^{-i \times n} = 1\,102,5 \times e^{-0,05 \times 2} = 997,58 \text{ €}$$

La valeur future d'une somme actuelle est donnée par la formule suivante :

$$C_n = C_0 \times e^{i \times n}$$

CHAPITRE 2. ÉVALUATION D'UNE OBLIGATION

SECTION 1. DÉFINITION D'UNE OBLIGATION

Définition

Les **obligations** sont des titres de créance représentatifs d'un emprunt. Elles permettent à l'émetteur (l'emprunteur) de se procurer une ressource financière à long terme (échéances de 5 à 20 ans). Un emprunt obligataire peut être émis par différents agents :

- l'État ;
- les collectivités publiques ;
- les entreprises du secteur privé.

L'emprunt obligataire se caractérise par une multitude de prêteurs alors que pour l'emprunt indivis, il n'existe qu'un prêteur (établissement financier).

Les obligations sont d'abord émises sur le **marché primaire** où leurs caractéristiques sont fixées par l'émetteur (l'emprunteur), puis, avant d'être remboursées, elles peuvent être négociées sur le **marché secondaire** (marché boursier). Dans ce second cas, leur valeur dépend des conditions du marché (voir plus loin).

SECTION 2. CARACTÉRISTIQUES D'UNE OBLIGATION

Une obligation se différencie d'autres titres financiers par un certain nombre de caractéristiques, fixées par le contrat d'émission.

Définition

Prix d'émission : C'est le prix payé par le souscripteur de l'obligation, lors de l'émission de l'emprunt. Ce prix payé constitue la véritable ressource de l'entreprise émettrice.

Ce prix peut être inférieur à la valeur nominale (prix d'émission en dessous du pair), pour faciliter la souscription de l'emprunt obligataire.

Définition

Valeur nominale : Elle correspond à la valeur faciale (valeur inscrite sur le titre). Cette valeur sert de base au calcul des intérêts versés aux obligataires.

Définition

Prix de remboursement : C'est la valeur à laquelle sera remboursée l'obligation, lors de l'amortissement. Le prix de remboursement peut s'effectuer à la valeur nominale (remboursement au pair) ou à un prix de remboursement supérieur à la valeur nominale (remboursement au-dessus du pair). Le prix de remboursement correspond à la valeur réelle de la dette de l'émetteur.

Définition

Prime de remboursement : Supplément de rémunération versé par l'émetteur aux obligataires. La prime de remboursement est égale à : Prix de remboursement – Prix d'émission.

Définition

Modalités de remboursement : Les obligations peuvent être remboursées selon deux modalités :

- Amortissement constant : le nombre d'obligations remboursées est constant et égal à : nombre d'obligations / nombre d'échéances.
- Amortissement « in fine » ou amortissement à la fin de vie de l'emprunt : la totalité des d'obligations est remboursée à la fin de la durée de vie de l'emprunt.

Définition

Taux nominal ou facial : Taux fixé au moment de l'émission, qui appliqué à la valeur nominale, permet de déterminer le montant des intérêts versés.

Définition

Maturité : Est aussi appelée durée de vie résiduelle, car c'est la durée entre une date donnée et la fin de vie de l'emprunt. Lors de l'émission, la maturité est égale à la durée de vie de l'emprunt.

Définition

Date de jouissance : Cette date correspond à la date à partir de laquelle, les intérêts commencent à courir.

Définition

Taux fixe ou variable : En contrepartie du prêt effectué par les souscripteurs, l'entreprise émettrice verse une rémunération qui peut être fixe ou variable. Cette rémunération est versée de manière périodique (à chaque échéance). Si aucune rémunération n'est versée durant la vie de l'emprunt, le prix de remboursement est fixé de telle sorte, que les intérêts soient capitalisés et inclus dans le prix de remboursement (obligations à coupon zéro).

Définition

Montant de l'émission de l'emprunt : Montant obtenu par la société émettrice. Il se calcule comme le produit du nombre d'obligations par le prix d'émission. Ce montant constitue la véritable ressource de l'entreprise émettrice.

Définition

Montant de la dette : Il s'agit de la dette valorisée en prix de remboursement, qui constitue le montant réel de la dette. Le montant de la dette réelle est égal au produit du nombre des obligations par le prix de remboursement.

Exercice 6**ÉNONCÉ**

Le 25 juin N, une société a émis un emprunt obligataire de 15 000 titres avec : une valeur nominale fixée à 1 000 €, une valeur de remboursement à 1 200 € et une valeur d'émission à 950 €. La durée de l'emprunt est de 5 ans et le taux d'intérêt nominal a été fixé à 8 %.

Les intérêts commenceront à courir le 1^{er} juillet de chaque année, et seront payés à chaque échéance annuelle. Le capital sera intégralement remboursé en fin de vie de l'emprunt.

TRAVAIL À FAIRE

Analysez les caractéristiques de cet emprunt obligataire.

CORRIGÉ

La souscription à une obligation (autrement dit, l'achat de cette obligation) de ce type consiste :

- à prêter 950 € (valeur d'émission) à l'émetteur du titre ;
- à recevoir chaque année, le 1^{er} juillet, pendant 5 ans, un coupon de 80 € (valeur nominale × taux d'intérêt nominal) ;
- et à encaisser 1 200 € (valeur de remboursement) à l'échéance. L'obligataire bénéficiera donc d'une prime de remboursement de 250 € (1 200 – 950).

L'émetteur a contracté une dette pour 18 000 000 € (1 200 × 15 000) mais n'a encaissé que 14 250 000 € (950 × 15 000) à l'émission.

SECTION 3. TAUX DE RENDEMENT ACTUARIEL ET VALEUR D'UNE OBLIGATION

I. TAUX DE RENDEMENT ACTUARIEL D'UNE OBLIGATION

Une obligation donne droit pour son souscripteur :

- à une rémunération fixe ou variable périodique (le coupon) ;
- au remboursement de son capital (avec ou sans prime de remboursement).

Dès lors, le taux de rendement actuariel mesure, en pourcentage, la rémunération obtenue par l'obligataire (coupon et éventuellement, prime de remboursement). Ce calcul est habituellement réalisé sur une période qui va :

- de l'émission de l'emprunt jusqu'à son remboursement (taux de rendement à l'émission) ;
- ou depuis une date quelconque jusqu'à son remboursement.

À l'émission, le taux de rendement actuariel est une caractéristique traditionnelle de l'emprunt puisqu'il permet de comparer plusieurs émissions dont les conditions diffèrent. Il figure obligatoirement dans la note d'information publiée par toute société désirant procéder à une émission obligataire.

A. TAUX DE RENDEMENT À L'ÉMISSION

On cherche la rémunération obtenue sur toute la durée de l'emprunt. Deux cas doivent être envisagés.

Si l'emprunt est émis sans prime de remboursement (émission et remboursement au pair), la réponse peut être donnée aux examens sans aucun calcul : il s'agit du taux d'intérêt nominal.

En présence d'une prime de remboursement, le taux de rendement actuariel est le taux d'actualisation (i) qui permet d'égaliser la valeur d'émission avec les coupons (C) et la valeur de remboursement (V_r) encaissés.

$$\text{Valeur d'émission} = C \times \left(\frac{1 - (1+i)^{-(n-1)}}{i} \right) + (C + V_r) \times (1+i)^{-n}$$

Exercice 7

ÉNONCÉ

Un emprunt obligataire a été émis le 1^{er} janvier N, au prix de 998 €, avec un taux nominal de 4 % et une valeur nominale de 1 000 €. Cet emprunt est remboursable in fine dans 5 ans au prix de 1 015 €.

TRAVAIL À FAIRE

Calculez le taux de rendement actuariel de l'obligation à l'émission.

CORRIGÉ

Pour répondre à cette question, il est nécessaire dans un premier temps de déterminer :

- la somme investie par l'obligataire : 998 € (la valeur d'émission)
- les coupons annuels payés : 40 € pendant cinq ans ($1\,000 \times 4\%$)
- la somme remboursée à l'obligataire : 1 015 € (la valeur de remboursement)

Le taux de rendement à l'émission (i) est alors tel que :

$$998 = 40 \times \left(\frac{1 - (1+i)^{-5}}{i} \right) + (40 + 1\,015) \times (1+i)^{-5}$$

ou bien

$$998 = 40 \times (1 + i)^{-1} + 40 \times (1 + i)^{-2} + 40 \times (1 + i)^{-3} + 40 \times (1 + i)^{-4} + (40 + 1\,015) \times (1 + i)^{-5}$$

Le taux (i) est égal à **+ 4,32 %** (solution fournie par calculatrice financière).

Le supplément de rémunération par rapport au taux nominal (+0,32 %) provient de la prime de remboursement (1 015 – 998, soit 17 €) encaissée en 5^e année.

B. TAUX DE RENDEMENT À PARTIR D'UNE DATE QUELCONQUE

Le taux de rendement actuariel à une date quelconque, postérieure à la date d'émission, est déterminé à partir du cours de l'obligation et de l'ensemble des annuités actualisées restant à percevoir.

Exercice 8

ÉNONCÉ

Un emprunt obligataire a été émis au pair, le 1^{er} janvier N, avec un taux d'intérêt nominal de 9 % et une valeur nominale de 5 000 €. Cet emprunt est remboursable in fine dans 5 ans. La valeur de remboursement est fixée à 5 200 €. Le 1^{er} janvier N+2, cette obligation cote 120 %.

TRAVAIL À FAIRE

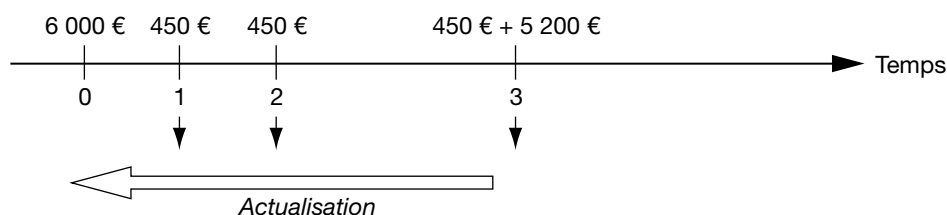
Calculez le taux de rendement actuariel de l'obligation au 01/01/N+2.

CORRIGÉ

Pour répondre à cette question, il est nécessaire dans un premier temps de déterminer :

- les coupons annuels payés ($5\,000 \times 9\% = 450\text{ €}$) ;
- le cours de l'obligation au 1^{er} janvier N+2 est de $5\,000 \times 1,2 = 6\,000\text{ €}$;
- durée restant à courir : 3 ans.

Puis, dans un deuxième temps, de positionner les encaissements et décaissements associés à chaque période.



Le taux actuariel au 01/01/N+2 est tel que :

$$6\,000 = 450 \times (1 + i)^{-1} + 450 \times (1 + i)^{-2} + (450 + 5\,200) \times (1 + i)^{-3}$$

Le taux (i) = **+ 3,195 %** (solution fournie par calculatrice financière).

On remarque qu'un investisseur qui achète le titre sur le marché deux ans après l'émission a un rendement nettement inférieur au taux d'intérêt nominal. Nous donnerons des éléments d'explication plus loin.

II. VALEUR D'UNE OBLIGATION SUR LE MARCHÉ SECONDAIRE

La valeur de l'obligation à l'émission et la valeur au moment de son remboursement sont fixées par l'émetteur ; nous n'avons donc pas à les calculer. En revanche, si un investisseur cherche à négocier une obligation en dehors de ses deux dates, il doit le faire sur le marché financier. C'est alors à lui de fixer un prix d'achat ou un prix de vente.

Ce prix est égal à la valeur actualisée au taux d'intérêt du marché des coupons restants et de la valeur de remboursement. Le taux du marché est le taux de rendement d'obligations comparables à celle dont on cherche la valeur.

Exercice 9

ÉNONCÉ

Un emprunt obligataire a été émis au pair le 1^{er} janvier N avec un taux d'intérêt nominal de 4 % et une valeur nominale de 1 000 €. Cet emprunt est remboursable in fine dans 6 ans au prix de 1 010 €.

TRAVAIL À FAIRE

Calculez la valeur de cette obligation le 01/01/N+4 si le taux d'intérêt du marché est de 5 %.

CORRIGÉ

À la date du calcul, la durée restante est deux années. Le coupon versé chaque année est de 40 € ($1\,000 \times 4\%$). La valeur de l'obligation le 01/01/N+4 est alors égale aux deux coupons restants et à la valeur de remboursement actualisés au taux du marché, soit 5 % :

$$40 \times 1,05^{-1} + (40 + 1\,010) \times 1,05^{-2} = 990,48 \text{ €}$$

La valeur de l'obligation a baissé depuis l'émission et est surtout nettement inférieure à la valeur de remboursement. Ceci s'explique par la hausse des taux d'intérêt sur le marché obligataire qui rend l'obligation étudiée moins attractive puisque son taux nominal est à seulement 4 %. Pour réussir à la vendre, il faut donc en baisser le prix ; ainsi, pour l'investisseur qui l'achèterait 990 €, les revenus des deux dernières années (40 € et 1 050 €) lui procureraient un rendement de 5 %, donc celui du marché.

Cette baisse de la valeur de l'obligation déclenchée par la hausse des taux d'intérêt sur le marché obligataire est l'un des risques que nous allons à présent étudier.

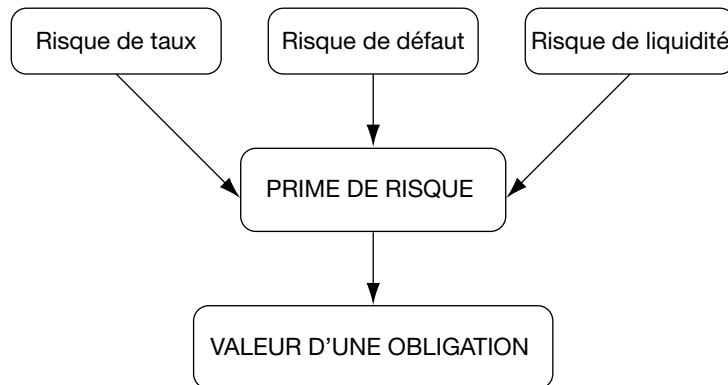
SECTION 4. RISQUES ATTACHÉS À UNE OBLIGATION

PRÉSENTATION DES DIFFÉRENTS RISQUES

Une obligation à taux fixe est soumise à trois types de risque :

- le risque de taux ;
- le risque de contrepartie ;
- le risque de liquidité.

La prise en compte de ces trois risques permet de comprendre les facteurs influençant la valeur d'une obligation à taux fixe :



A. LE RISQUE DE TAUX

Comme nous l'avons découvert dans l'exercice n° 9, le cours d'une obligation à taux fixe varie essentiellement en fonction de l'évolution des taux d'intérêt sur le marché obligataire. Il va s'ajuster à la hausse ou à la baisse, de telle sorte que le taux de rendement de l'obligation s'aligne sur le taux d'intérêt du marché.

Ainsi, lorsque les taux d'intérêt sur le marché obligataire croissent, la valeur actuelle d'une obligation baisse. Cette même valeur actuelle augmente, lorsque les taux d'intérêt sur le marché obligataire décroissent.

Une obligation à taux fixe est donc soumise à une variation des cours, fonction de l'évolution des taux d'intérêt sur le marché obligataire. Ce risque de variation de cours de l'obligation en fonction des taux, est appelé *risque de taux*.

REMARQUES

- Ce risque de taux, est d'autant plus grand que la durée de vie de l'obligation est longue.
- Un obligataire qui souscrirait cette obligation, et qui la conserverait jusqu'à son remboursement est immunisé contre ce risque, dans la mesure où l'obligation lui sera remboursée à son prix de remboursement.
- Une obligation à taux variable, n'est pas en principe soumise à ce risque de taux, dans la mesure où, la rémunération varie périodiquement en fonction d'un taux de référence (toutes choses égales par ailleurs).

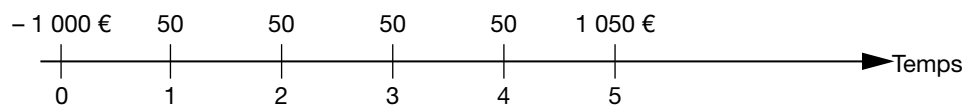
Exercice 10

ÉNONCÉ

Soit une obligation à taux fixe de valeur nominale 1 000 €. Prix d'émission et de remboursement « au pair ». Taux nominal : 5 %. Remboursement in fine au terme de la 5^e échéance.

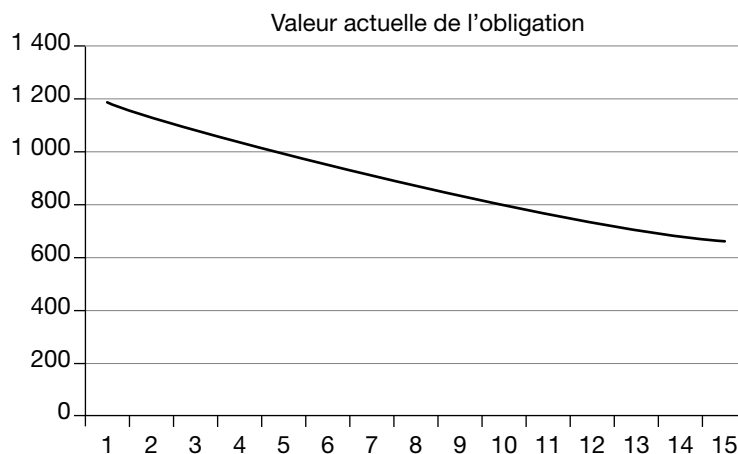
TRAVAIL À FAIRE

1. Présentez le schéma des flux associés à cette obligation pour le souscripteur.
2. Calculez la valeur actuelle de l'obligation pour des taux sur le marché obligataire variant entre + 1 % et 10 %. Vous pourrez vous aider du tableur Excel.
3. Représentez graphiquement l'évolution du cours de l'obligation en fonction des taux d'intérêt.

CORRIGÉ**1. Schéma des flux associés****2. Calcul de la valeur actuelle de l'obligation pour des taux variant entre 1 % et 10 %**

Taux obligataire	1 %	2 %	3 %	4 %	5 %	6 %	7 %	8 %	9 %	10 %
Valeur actuelle de l'obligation	1 194	1 141	1 092	1 045	1 000	958	918	880	844	810

Avec le tableur Excel, diverses procédures peuvent être utilisées et notamment :
 $VAN(0,01;50;50;50;50;1050) = 1\,194$

3. Représentation graphique de l'évolution du cours de l'obligation en fonction des taux d'intérêt sur le marché obligataire

Avec :

- en abscisse, le taux d'intérêt sur le marché obligataire ;
- en ordonnée le cours en euros de l'obligation à taux fixe.

B. LE RISQUE DE CONTREPARTIE (RISQUE DE DÉFAUT OU DE SIGNATURE)

Le prêteur (obligataire) encourt le risque inhérent à la solvabilité de son débiteur (émetteur de l'obligation). Le prêteur risque :

- de ne pas percevoir sa rémunération (intérêts) ;
- et/ou de ne pas être remboursé de son capital.

C. RISQUE DE LIQUIDITÉ

Ce type de risque provient de la difficulté plus ou moins grande des investisseurs à négocier (acheter ou vendre) une obligation sur le marché secondaire.

Plus un actif financier est liquide, plus l'investisseur pourra se séparer rapidement de son titre, et moins l'investisseur risque d'être immobilisé avec son capital. Les marchés financiers exigent un supplément de rémunération, pour les obligations peu liquides.

II. OUTILS POUR LA GESTION DU RISQUE

A. GESTION DU RISQUE DE DÉFAUT ET DE LIQUIDITÉ

Les investisseurs apprécient le **risque de taux** d'une obligation à partir des informations données par les agences de notation. Ces agences (FITCH, Standard & Poor's, Moody's) apprécient la qualité et la solvabilité des émissions des entreprises ou des pays. Elles contribuent ainsi à l'appréciation du risque de taux attaché à une dette.

Une bonne notation (AAA ou AA+) de la dette d'un émetteur, traduit le faible risque de défaut de l'émetteur, et cette notation permettra à ce dernier de bénéficier de taux d'intérêt plus bas. Inversement, certains émetteurs ont des notations négatives, traduisant un risque de défaut élevé ; les investisseurs exigeront une prime de risque élevée par rapport à des obligations sans risque.

Certaines obligations sont appelées obligations pourries (Junk Bonds), car elles bénéficient de rendement très élevé (prime de risque > 6 points), en contrepartie d'un risque élevé de défaut. Ces obligations s'apparentent à des billets de loterie (gain élevé, pour un risque de perte en capital aussi élevé).

Compte tenu du nombre d'obligations émises, les obligations d'État présentent une plus grande liquidité par rapport à une obligation émise par une entreprise. Ainsi, pour gérer le **risque de liquidité**, un investisseur peut inclure dans son portefeuille plus ou moins de titres émis par des États.

B. GESTION DU RISQUE DE TAUX

Comme nous l'avons évoqué précédemment, la valeur d'une obligation à taux fixe varie en fonction inverse du taux d'intérêt du marché. Le cours des obligations à taux fixe baisse lorsqu'il y a hausse du taux sur le marché et inversement. Cette baisse est d'autant plus faible que l'on sera proche de l'échéance. Ce risque ne concerne que les détenteurs qui cherchent à liquider leur position avant l'échéance (l'horizon d'investissement de ces derniers est différent de la durée de vie de l'obligation).

Pour comprendre l'influence qu'exercent les fluctuations des taux d'intérêt sur la valeur d'une obligation, il faut introduire les notions de maturité, de duration et de sensibilité.

1. La maturité

La maturité exprime le temps devant s'écouler entre :

- une date quelconque ;
- et le remboursement de l'emprunt.

Plus on s'approche du remboursement final de l'emprunt, plus la maturité se réduit. La maturité est une indication de la durée de vie restant à courir d'une obligation, et donc de la durée de son exposition à un risque de taux (pour les obligations à taux fixe). Plus la maturité sera grande, plus l'obligation sera susceptible d'être affectée par les variations de taux d'intérêt.

Afin de réduire, l'exposition au risque de taux, on devra donc choisir des obligations avec une maturité faible. Néanmoins, cet indicateur ne prend pas en compte la façon dont les flux seront encaissés jusqu'à l'échéance. L'exercice suivant en est un bon exemple.

Exercice 11

ÉNONCÉ

À la date d'aujourd'hui (début N), deux obligations doivent être remboursées début N+3. La première verse un coupon annuel alors que la seconde est une obligation à coupon zéro.

TRAVAIL À FAIRE

Appréciez le risque de taux de chacune de ces obligations.

CORRIGÉ

Ces deux obligations ont une maturité égale à trois ans (délai entre début N et début N+3). Pourtant, ces deux titres n'ont pas le même profil de risque.

La première verse un coupon chaque année et, par exemple, en cas de hausse des taux, l'obligataire pourra les réinvestir à un taux plus élevé. À l'inverse, la seconde capitalise les coupons et les verse à l'obligataire à l'échéance finale (ici, dans 3 ans) : dans le même contexte, l'obligataire ne pourra donc pas profiter de la hausse des taux.

L'analyse du risque de taux peut être facilitée par le calcul de la duration et de la sensibilité.

2. La duration

La duration est une mesure de la durée de vie moyenne d'une obligation à une date considérée. Toutefois, la duration mesure une maturité moyenne pondérée ce qui permet de tenir compte de la façon dont les revenus seront encaissés par l'obligataire : plus le revenu (coupon ou valeur de remboursement) d'une obligation est encaissé à une date éloignée, plus sa duration sera longue (ce qui n'était pas le cas avec la maturité).

La duration est aussi la durée pendant laquelle l'investisseur doit conserver son titre s'il veut être certain de réaliser le taux de rendement actuariel calculé à la date d'achat :

- Si les taux d'intérêt augmentent, les gains réalisés sur le placement des flux à un taux d'intérêt plus élevé compensent alors la perte au moment de la revente.
- Si les taux d'intérêt baissent, les pertes sur le placement des flux compensent le gain à la revente.

En posant Flux_t , le revenu de l'année t (coupon et remboursement) et i , le taux d'intérêt du marché, la duration d'une obligation est le rapport entre :

- au numérateur, la somme des flux actualisés et pondérés par les périodes respectives (t) ;
- au dénominateur, la somme des flux actualisés à ce même taux (i) mais sans pondération.

Mathématiquement, la duration d'une obligation s'écrit :

$$\text{Duration} = \frac{\sum_{t=1}^n t \times \text{Flux}_t \times (1+i)^{-t}}{\text{valeur de l'obligation}}$$

Toutefois, le calcul de la duration suppose que le taux d'intérêt ne varie qu'une seule fois (et faiblement) au cours de la période.

Exercice 12**ÉNONCÉ**

Un emprunt obligataire a été émis le 1^{er} janvier N au taux nominal de 5 % à la valeur nominale de 1 000 €. Cet emprunt est remboursable in fine au terme des 5 ans au prix de 1 020 €.

TRAVAIL À FAIRE

Calculez sa duration le 1/1/ N+2 si à cette date le taux du marché est à 6 %.

CORRIGÉ

Années (t)	Flux (F_t)	Flux actualisés : $F_t \times (1+i)^{-t}$	$t \times$ flux actualisés
1	$50 = 1\,000 \times 5\%$	$47,17 = 50 \times 1,06^{-1}$	47,17
1	50	44,50	$89,00 = 44,5 \times 2$
3	$1\,070 = 1\,020 + 50$	898,39	2 695,18
Total		990,06	2 831,35

Duration = $2\,831,35 / 990,06 = 2,9$ années

Si on anticipe une baisse des taux, une hausse des cours des obligations devrait se produire : il faudrait donc choisir des titres à forte duration.

Au contraire, si on anticipe une hausse des taux (baisse des cours des obligations), l'acquisition d'obligations à faible duration est préconisée.

3. La sensibilité

La sensibilité peut se définir comme la variation du cours d'une obligation, exprimée en pourcentage, entraînée par la variation d'un point du taux d'intérêt sur le marché obligataire.

La sensibilité est en principe négative, puisque la hausse de taux entraîne une baisse des cours des obligations à taux fixe.

Mathématiquement, la sensibilité d'une obligation peut s'écrire :

$$S = \frac{C'}{C}$$

Avec :

- C : cours de l'obligation à la date considérée ;
- C' : dérivée première de la fonction mathématique exprimant le cours (C) de l'obligation par rapport à un taux (i).

Une autre expression de la sensibilité est mise en évidence par l'intermédiaire de la duration (D) :

$$S = -D/(1+i)$$

Exercice 12 (suite)**ÉNONCÉ****TRAVAIL À FAIRE**

En reprenant les données de l'exercice précédent, calculez la sensibilité de l'emprunt obligataire.

CORRIGÉ

$$S = -2,9 / (1 + 0,06) = -2,74$$

Une sensibilité égale à 2,74 signifie que si les taux d'intérêt baissent de 6 % à 5 %, le cours de l'obligation étudiée devrait croître de 2,74 %. Inversement, une hausse des taux de 6 % à 7 % provoquerait une baisse de 2,74 % du cours de l'obligation.

Notons que nous pouvons retrouver la sensibilité (-2,74) en calculant la valeur théorique de l'obligation début N+2 et pour deux taux de marché différents :

- à 5 %, la valeur de l'obligation est égale à 1 017,28 € ;
- à 6 %, la valeur de l'obligation est égale à 990,06 € (voir exercice précédent).

On retrouve ainsi 2,74 de sensibilité : $(990,06 - 1\,017,28) / 1\,017,28$.

En résumé, la sensibilité permet de mesurer le degré d'exposition au risque de taux d'une obligation.

La sensibilité est un paramètre important dans la gestion du risque et donc des performances d'un portefeuille d'obligations. Un gestionnaire qui anticipe une baisse des taux d'intérêt sur le marché (et donc une hausse des cours des obligations) devra acheter des obligations à taux fixe, à forte sensibilité, s'il veut accroître les performances de son portefeuille obligataire.

SECTION 5. COTATION DES OBLIGATIONS

I. MODALITÉS GÉNÉRALES DE COTATION

Les obligations classiques sont en principe cotées :

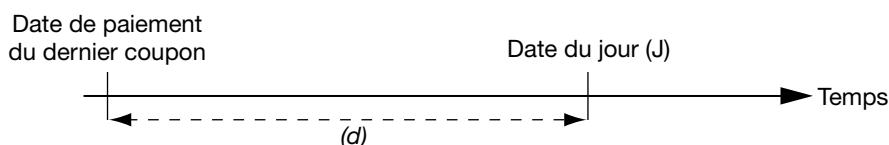
- en pourcentage de la valeur nominale ;
- au pied du coupon (coupon couru non inclus).

Ce mode de cotation permet une meilleure lisibilité des cours des obligations, notamment en neutralisant des éléments techniques tels que :

- les dates différentes de paiement des coupons ;
- l'incidence des intérêts courus sur la valeur des obligations.

II. COUPON COURU

Le coupon couru représente les intérêts courus entre le dernier versement du coupon et la date de négociation de l'obligation. Il est exprimé en % de la valeur nominale.



La date du jour (J) correspond au jour de l'observation ou de négociation de l'obligation. La période (d), qui s'écoule entre la date du paiement du dernier coupon et la date du jour (J), servira de base au calcul du paiement du coupon couru (**C/C**), selon la méthode des intérêts simples :

$$\text{C/C en (€)} = \frac{V \times i \% \times d}{365}$$

Avec :

- **C/C** : coupon couru en euros ;
- **V** : valeur nominale en euros de l'obligation ;
- **i %** : taux nominal annuel en pourcentage ;
- **d** : durée entre la date de paiement du dernier coupon et la date du jour (J).

Le coupon couru peut aussi s'exprimer en pourcentage de la valeur nominale :

$$\text{C/C (\%)} = \frac{\text{Coupon couru en euros}}{\text{Valeur nominale}}$$

Le calcul du coupon couru est nécessaire en particulier lorsque son détenteur revend son obligation. La revente de l'obligation comprend le coupon et l'obligation (ou créance) elle-même et la fraction des intérêts courus, jusqu'à la date de revente.

Exercice 13**ÉNONCÉ**

Un emprunt obligataire a été émis le 1^{er} septembre N au taux de 6 %, valeur nominale : 700 €.

TRAVAIL À FAIRE

Un opérateur souhaite acheter une obligation le 15 novembre N. Quel sera le montant du coupon couru à cette date ?

CORRIGÉ

Il faut tout d'abord calculer le nombre de jours séparant la date du dernier versement du coupon (1^{er} septembre N) et la date de négociation de l'obligation (15 novembre N), soit 76 jours (30 + 31 + 15). Le coupon couru est alors égal à :

- en euro : $700 \times (76 / 365) \times 6 \% = 8,74 \text{ €}$.
- en pourcentage : $8,74 / 700 = 1,25 \%$.

III. VALEUR AU PIED DU COUPON DE L'OBLIGATION

La cotation au pied du coupon d'une obligation signifie que le cours de l'obligation sera exprimé hors prise en compte du coupon couru :

- Si l'obligation cote au pied du coupon au-dessus de « 100 % », la valeur de marché de l'obligation est supérieure à la valeur nominale. Le cours de l'obligation a donc augmenté et, s'il revend le titre avant l'échéance, le détenteur de l'obligation est en situation de plus-value potentielle.
- Si l'obligation cote au pied du coupon au-dessous de « 100 % », la valeur de marché de l'obligation est inférieure à la valeur nominale. Le cours de l'obligation a donc baissé et, s'il revend le titre avant l'échéance, le détenteur de l'obligation est en situation de moins-value potentielle.

IV. COTE BOURSIÈRE D'UNE OBLIGATION

Contrairement aux actions, les obligations sont cotées en pourcentage de la valeur nominale et au pied du coupon.

$$\text{Prix de l'obligation} = \text{Cours au pied du coupon} + \text{Coupon couru}$$

Exercice 14**ÉNONCÉ**

Une obligation avec une valeur nominale de 1 000 € cote 99 %.

TRAVAIL À FAIRE

Calculez son prix total en euros si le coupon couru est de 2 %.

CORRIGÉ

Le prix total de l'obligation est de 1 010 € ($1\,000 \times (0,99 + 0,02)$).

Les obligations sont cotées en % de la valeur nominale, montant du coupon exclu						Mode de remboursement			
Code ISIN	Cours Veille	Désignation des valeurs	Cours du jour	Taux actuariel brut	Vie moyenne en année	Sensibilité	Amortissement	Coupon couru	Date du prochain coupon
Fr 89955	110,04	OAT 10 % 2000-1T CA	110,16	3,69	1,7	1,553	Fin	3,041	27 mai
Fr 77537	107,98	OAT 5,50 % 2004 CA	109	3,69	5,6	4,741	Fin	2,155	24 avril
Fr 20519	113,35	EDF 6,25 % 93-2008 CA	114,5	4,44	10,1	7,259	Fin	5,651	20 oct.
Fr 67888	118,75	SNCF 10,40 % 12/90 CB	119,23	3,94	3,2	2,657	Fin	7,950	10 déc.

ISIN : International Securities Identification Numbers

Obligations et émetteurs

Coupon couru : calculé en % de la valeur nominale

CHAPITRE 3. ÉVALUATION D'UNE ACTION

Une action représente un droit de propriété sur des actifs et son évaluation renvoie en fait à la question de l'évaluation de l'entreprise dans sa totalité. C'est ce que nous ferons dans la prochaine série (investissement et évaluation) et nous verrons que ce travail est très complexe.

Dans ce chapitre, nous commencerons par une démarche plus simple qui considère que la valeur d'une action est la valeur actuelle des dividendes.

La démarche est analogue à l'évaluation d'une obligation, pour laquelle la valeur actuelle du titre est égale à l'ensemble des flux encaissés et décaissés (coupons, remboursement...) sur la durée de vie de l'obligation.

SECTION 1. DÉFINITION D'UNE ACTION

Le terme « action » en finance, recouvre en fait des termes juridiques distincts :

- l'action qui est un titre représentatif d'un droit de propriété de sociétés anonymes (SA) ou sociétés par actions simplifiées (SAS) ;
- la part sociale qui est aussi un titre représentatif d'un droit de propriété, mais des autres formes sociétales (SARL, SCA, SNC...).

Sur le plan boursier, le terme « action » regroupe plusieurs types de valeurs :

- Les **actions ordinaires** représentatives d'une fraction de capital. Ces actions peuvent être au porteur ou au nominatif (les titres sont alors administrés par la société émettrice).
- Les **actions démembrées** avec un droit de vote (certificat de droit de vote ou CDV) distinct du droit au dividende (certificat d'investissement ou CI).
- Les **actions privilégiées** (actions de priorité, actions à droit de vote double (ADV), actions à dividende priorité (ADP)).

Les actions à dividende prioritaire (ADP) ne bénéficient pas de droit de vote, en contrepartie ces actions bénéficient d'un droit au dividende prioritaire et majoré par rapport aux actions ordinaires.

SECTION 2. CARACTÉRISTIQUES D'UNE ACTION

Définition

Valeur nominale : La valeur nominale (ou faciale) d'une action est la valeur initiale du titre. Cette valeur sert de base au calcul de l'intérêt statutaire revenant aux actionnaires.

Définition

Cours de bourse : Une action peut être négociée sur le marché secondaire des actions. Le cours de bourse est une valorisation par le marché financier des capitaux propres de l'entreprise. Le cours de bourse peut alors s'écarter sensiblement et durablement de sa valeur nominale, en fonction de l'offre et la demande portant sur le titre.

Définition

Prix d'émission : En vue de renforcer ses fonds propres, une société peut décider d'augmenter son capital. L'entreprise doit alors fixer un prix aux actions nouvelles qui est différent de la valeur nominale ; ce prix est appelé prix d'émission des actions nouvelles.

$$\text{Prix d'émission d'une action nouvelle} = \text{Valeur nominale} + \text{Prime d'émission}$$

Définition

Prime d'émission : La prime d'émission apparaît comme la différence entre le prix d'émission de l'action nouvelle et sa valeur nominale.

Définition

Droit préférentiel de souscription (DS) : Les augmentations de capital en numéraire sont ouvertes à tous les anciens actionnaires qui ont un droit de priorité dans la souscription de ces nouvelles actions. Cette priorité est matérialisée par un droit appelé droit préférentiel de souscription.

Définition

Droit préférentiel d'attribution (DA) : Les augmentations de capital par incorporation de réserves sont ouvertes à tous les anciens actionnaires qui ont un droit de priorité dans l'attribution des actions gratuites. Cette priorité est matérialisée par un droit préférentiel d'attribution.

SECTION 3. ÉLÉMENTS DE BASE À L'ÉVALUATION D'UNE ACTION

Un certain nombre de notions liées à l'évaluation des actions sont un préalable nécessaire.

I. DIVIDENDE PAR ACTION (DPA)

Le DPA peut être défini comme le dividende de l'exercice ramené à une action. Il s'exprime ainsi :

$$\text{DPA} = \frac{\text{Dividendes de l'exercice}}{\text{Nombre d'actions}}$$

Son calcul, bien qu'apparemment simple, nécessite certaines réserves ou retraitements qui dépendent :

- de la nature des actions émises par l'entreprise (actions ordinaires, à dividende prioritaire, à droit de vote double...) ;
- du fait que les dividendes sont prélevés non seulement sur le bénéfice de l'exercice, mais peuvent aussi l'être sur les bénéfices antérieurs mis en réserves ;
- de la politique plus ou moins généreuse de distribution de l'entreprise qui détermine l'importance des dividendes.

Le DPA est utile en particulier pour apprécier son évolution dans le temps ou dans les modèles d'évaluation des actions, ou encore dans le calcul du rendement d'un titre.

II. BÉNÉFICE PAR ACTION (BPA)

Le BPA (ou BNPA : bénéfice net par action) peut être défini comme le bénéfice de l'exercice ramené à une action. La prise en compte du seul bénéfice net au lieu et place des dividendes permet de s'affranchir du facteur « politique de distribution » spécifique à chaque entreprise. Il s'exprime ainsi :

$$\text{BPA} = \frac{\text{Bénéfice net de l'exercice}}{\text{Nombre d'actions}}$$

Son calcul nécessite aussi certaines réserves notamment en raison du caractère non récurrent de certaines de ses composantes (exceptionnelles).

III. LE TAUX DE DISTRIBUTION (D)

Le taux de distribution exprime en pourcentage le bénéfice qui est distribué aux actionnaires sous forme de dividendes. Son calcul appelle plusieurs remarques :

- Plus ce taux s'approche de 100 %, plus l'entreprise distribue une grande partie de son bénéfice de l'exercice.
- Si ce taux est proche de 0 %, l'entreprise ne distribue que peu de dividendes car elle peut privilégier l'autofinancement en raison de ses besoins financiers (investissements, apurement des pertes, trésorerie déficitaire...).
- À l'extrême, un taux supérieur à 100 % signifie que l'entreprise prélève sur bénéfices antérieurs mis en réserves.

$$d = \frac{\text{Dividende net}}{\text{Bénéfice net}}$$

IV. LE TAUX DE RENDEMENT D'UNE ACTION (R)

Il s'exprime en pourcentage, et il est représenté par le rapport entre le dividende unitaire et le cours actuel de l'action.

Les valeurs dites de « rendement » sont des valeurs qui présentent un taux de rendement élevé et régulier. Il peut s'agir de valeurs qui sont sur des marchés en pleine maturité, et qui ont l'habitude de distribuer une grande partie de leurs bénéfices.

$$\text{Taux de progression arithmétique moyen } r = \frac{\text{Dividende}}{\text{Cours de l'action}}$$

Exercice 15

ÉNONCÉ

On dispose pour l'exercice N des informations suivantes sur une entreprise :

- Bénéfice net de l'exercice : 100 000 €
- Dividendes global = 15 000 €
- Cours de l'action = 320 €
- Nombre d'actions composant le capital = 2 000 titres

TRAVAIL À FAIRE

Calculez : le dividende par action, le bénéfice par action, le taux de distribution et le taux de rendement.

CORRIGÉ

DPA = Dividende / Nombre d'actions = 15 000 / 2 000 = 7,50 €

BPA (ou BNPA) = Bénéfice de l'exercice / Nombre d'actions = 100 000 / 2 000 = 50 €

Taux de distribution = Dividende / Bénéfice = 15 000 / 100 000 = 15 %

Taux de rendement = DPA / Cours = 7,5 / 320 = 2,34 %

V. LE PER (PRICE EARNING RATIO) D'UNE ACTION

Appelé aussi multiple de capitalisation, il est égal au rapport du cours de cette action sur son bénéfice.

$$\text{PER} = \frac{\text{Cours de l'action}}{\text{Bénéfice net par action}}$$

Le PER indique combien de fois le bénéfice par action est pris en compte par le cours de Bourse, autrement dit combien de fois se « paie » l'entreprise, en termes de bénéfices.

Le PER se calcule sur l'année en cours, ou sur les années à venir, reflétant de fait les anticipations des résultats de l'entreprise par les investisseurs.

La valeur d'un PER n'a de réelle signification que lorsqu'il est comparé à une norme (PER du secteur d'activité, PER historique sur plusieurs années).

Il permet de comparer plusieurs titres du même secteur d'activité, ou comparer le PER d'un titre avec celui du marché. Plus le PER est élevé, plus le taux de croissance des bénéfices est élevé, et inversement.

Pour les praticiens, c'est un outil très utilisé pour l'évaluation d'une action. Ainsi, si on souhaite connaître une évaluation probable d'une société qui, par exemple, va être introduite en bourse, il est possible de se baser sur les PER des sociétés du même secteur d'activité. Il suffira par la suite d'appliquer le PER du secteur d'activité au bénéfice prévisionnel de l'action de la société devant être introduite en bourse, pour obtenir une valeur théorique boursière.

Exercice 16

ÉNONCÉ

L'action de l'entreprise Xintec va être introduite sur le marché Alternext.

Le PER du secteur d'activité de cette entreprise est de 15 (ce qui signifie que le cours de l'action vaut 15 fois ses bénéfices). Le bénéfice net par action est de 10 € par action.

TRAVAIL À FAIRE

Quel pourra être le cours d'introduction sur le marché Alternext de l'action Xintec ?

CORRIGÉ

En supposant que le PER du secteur d'activité est applicable à l'entreprise Xintec, le cours théorique d'introduction pourrait être de 150 € :

- $\text{PER} = \text{Cours de l'action} / \text{Bénéfice net} = \text{Cours de l'action} / 10 = 15$
- soit un cours de l'action de : $15 \times 10 \text{ €} = 150 \text{ €}$

Ce cours ainsi déterminé pourra servir de référence à la fixation d'un cours définitif d'introduction.

Idéalement, acheter une valeur dont le PER est faible par rapport au PER de son secteur d'activité ou vendre les valeurs dont le PER est élevé par rapport au PER moyen du secteur est une bonne stratégie (d'arbitrage en l'occurrence).

SECTION 4. LES MODÈLES À PERPÉTUITÉ

I. LA RENTE PERPÉTUELLE

Ce modèle repose sur le principe de l'actualisation de flux constants des bénéfices futurs.

En considérant que l'entreprise a une durée de vie infinie, la valeur de l'entreprise (ou de l'action si l'on raisonne par bénéfice unitaire) V_0 est égale à l'actualisation d'une rente à l'infini.

$$V_0 = \frac{B}{k}$$

Avec :

- **B** : bénéfice net constant réalisé par l'entreprise ;
- **k** : le taux de rentabilité exigé par les actionnaires.

Exercice 17**ÉNONCÉ**

Le bénéfice net constant d'une entreprise est estimé à 8 € par action, sur la durée de vie (à l'infini). Sachant que le taux de rentabilité exigé par les actionnaires pour ce type d'entreprise est de 7 %.

TRAVAIL À FAIRE

Calculez la valeur théorique de l'action.

CORRIGÉ

En considérant qu'il s'agit d'une rente à l'infini, la valeur de l'action est égale à la valeur actuelle de cette même rente, soit :

$$V_0 = 8 / 0,07 = 114,29 \text{ €}$$

Mais la réalité économique peut être très différente des hypothèses prises :

- Peut-on considérer que l'entreprise dégage des bénéfices constants ?
- La durée de vie peut-elle être considérée comme l'infini ?

Si ce modèle présente l'avantage de la simplicité, il s'écarte de la réalité plus complexe de la vie des entreprises.

II. LE MODÈLE D'IRVING FISHER

La valeur d'une action est considérée comme la valeur actuelle des revenus (dividendes et prix de revente) que l'investisseur souhaite en tirer.

$$V_0 = \sum_{i=1}^T \frac{DPA_i}{(1+k)^i} + P_T(1+k)^{-T}$$

Avec :

- **T** : horizon de temps (ex. : 5 ans, durée après laquelle le titre est revendu) ;
- **V₀** : valeur de l'action aujourd'hui ($t = 0$) ;
- **DPA_i** : dividende par action de l'année considérée (i) ;
- **P_T** : prix de revente de l'action en période T ;
- **k** : taux de rendement exigé par les actionnaires.

Exercice 18**ÉNONCÉ**

Les dividendes par action (DPA) d'une entreprise sont estimés sur les 7 prochaines années (voir tableau ci-après).

Années	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5	N+6	N+7
DPA	24	35	48	60	68	75	80

Sachant que le taux de rentabilité exigé par les actionnaires pour ce type d'entreprise sur le secteur d'activité est de 13 %, le prix de revente de l'action au terme des 7 années serait de 300 €.

TRAVAIL À FAIRE

Calculer la valeur théorique de l'action en N.

CORRIGÉ

La valeur de l'action est égale à la valeur actuelle des dividendes espérés et du prix de revente, soit 353,17 € ($24 \times 1,13^{-1} + 35 \times 1,13^{-2} \dots + (300 + 80) \times 1,13^{-7}$).

III. LE MODÈLE DE GORDON ET SHAPIRO

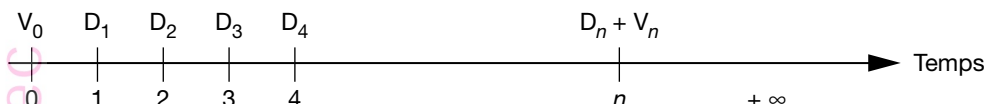
Le modèle de Gordon et Shapiro (1956) pose les hypothèses suivantes :

- l'entreprise verse à ses actionnaires une série de dividendes $DPA_1, DPA_2 \dots DPA_n$;
- selon un taux de croissance (g) ;
- en tenant compte du taux de rentabilité exigé par les actionnaires (k).

Dans ce modèle, deux principales difficultés sont levées :

- la valeur de revente n'est plus prise en compte (en raison de l'actualisation à l'infini de la valeur à la revente). Si l'horizon de temps tend vers l'infini, la valeur liquidative du titre peut être considérée comme ayant un impact nul sur la valeur actuelle ;
- l'évaluation des dividendes futurs (évalués par application d'un taux croissance).

En représentant les flux financiers futurs liés à une action, nous avons :



Avec :

- D_1 = dividende pour l'année 1
- D_n = dividende pour l'année n ;
- V_n = valeur de l'action en fin d'année n ;
- ∞ = horizon de temps à l'infini.

Gordon et Shapiro ont simplifié la formulation en prenant comme hypothèse :

- Les dividendes annuels augmentent de manière constante d'une année sur l'autre.
- L'action est conservée indéfiniment, sa valeur actuelle est pratiquement nulle.

En désignant par :

- (g) le taux croissance des dividendes ;
- (k) le taux de rentabilité exigé par les actionnaires.

Les facteurs g et k étant supposés constants, les dividendes annuels augmentent selon un taux de croissance de $(1+g)$; on peut donc écrire :

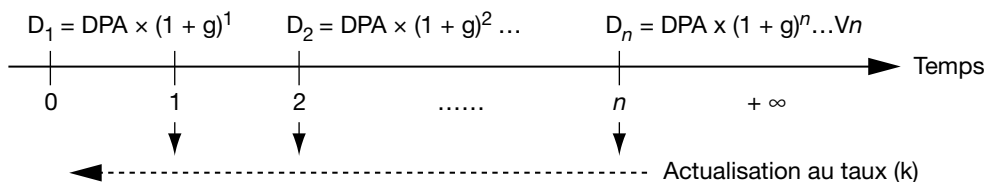
$$D_1 = DPA$$

$$D_2 = DPA \times (1+g)$$

$$D_3 = DPA \times (1+g)^2$$

$$D_n = DPA \times (1+g)^{n-1}$$

La relation mathématique se représente de la manière suivante :



Les flux sont ensuite actualisés pour déterminer la valeur actuelle du titre :

$$V_0 = \frac{D_1}{(1+k)^1} + \frac{D_2}{(1+k)^2} + \frac{D_3}{(1+k)^3} + \dots + \frac{D_n}{(1+k)^n} + \frac{V_n}{(1+k)^n}$$

La valeur actuelle du titre $\frac{V_n}{(1+k)^n}$ est nulle lorsque l'on considère un horizon temporel infini.

Le modèle s'en trouve de fait simplifié et peut s'écrire :

$$V_0 = \frac{DPA}{(1+k)} + \frac{DPA(1+g)}{(1+k)^2} \dots + \frac{DPA(1+g)^{n-1}}{(1+k)^n}$$

d'où $V_0 = \sum_{i=1}^n \frac{DPA(1+g)^{i-1}}{(1+k)^i}$

Il suffit de connaître le dividende en fin de première période et lui appliquer le taux de croissance (g) pour déterminer les dividendes futurs et donc la valeur de l'action. Si l'horizon de temps est infini et si $g < k$, la relation devient :

$$V_0 = \frac{DPA}{(k - g)}$$

Cette formule simplifiée et réductrice est la plus couramment utilisée.

Exercice 19

ÉNONCÉ

Sachant que pour l'action d'une entreprise :

- le taux de rentabilité exigé sur cette valeur par les actionnaires est de 11,20 % ;
- le taux de croissance (g) des dividendes par action (DPA) estimé à 5 % ;
- le dividende versé dans un an sera de 36,59 € par action.

TRAVAIL À FAIRE

Calculer la valeur théorique de l'action à cette date.

CORRIGÉ

La valeur de l'action est égale à 590,16 € soit : $36,59 / (11,2 \% - 5 \%)$.

REMARQUES

- L'hypothèse d'un taux de croissance à l'infini du dividende est évidemment une simplification extrême de la réalité.
- il est possible d'envisager plusieurs phases de croissance des dividendes :
 - 1^{re} phase au cours de laquelle les dividendes croissent faiblement (phase de croissance) ;
 - 2^e phase au cours de laquelle les dividendes croissent fortement (phase de maturité), etc.

SECTION 5. MODÈLES À PLUSIEURS PÉRIODES

I. MODÈLE D'ACTUALISATION DES BÉNÉFICES À HORIZON LIMITÉ

Ce modèle peut être considéré comme très proche du modèle de la rente perpétuelle étudiée ci-avant. Avec une différence notable, celle de l'horizon de temps qui n'est plus l'infini, mais une période plus réaliste (ex. : 5, 10 ou 20 ans).

Pour un horizon de temps limité à T années, la formulation du modèle devient le suivant :

$$V_0 = \sum_{i=1}^n B_i(1+k)^{-i}$$

Avec :

- V_0 : valeur de l'entreprise en $t = 0$;
- B_i : bénéfice net réalisé par l'entreprise au cours de l'exercice (i) ;
- k : taux de rentabilité exigé par les actionnaires.

Exercice 20

ÉNONCÉ

Les bénéfices estimés par action d'une entreprise sur une période de 5 années, sont fournis dans le tableau ci-après.

TRAVAIL À FAIRE

Sachant que le taux de rentabilité exigé sur cette valeur par les actionnaires est de 12 %, calculez la valeur théorique de l'action à cette date.

Années	N+1	N+2	N+3	N+4	N+5
Bénéfice par action (en €)	35	38	41	43	50

CORRIGÉ

Valeur de l'action = $35 \times 1,12^{-1} + 38 \times 1,12^{-2} + 41 \times 1,12^{-3} + 43 \times 1,12^{-4} + 50 \times 1,12^{-5} = 146,42 \text{ €}$

II. MODÈLE DE BATES

Ce modèle approfondit le modèle simple de Gordon et Shapiro, dans l'optique de se rapprocher au plus près de la réalité des comportements des opérateurs et du marché.

Dans cette optique, on envisage une hypothèse de croissance irrégulière des bénéfices :

- Dans une première phase, on considère que l'entreprise connaît une croissance de ses bénéfices pendant T années.
- Puis, dans une deuxième phase, la croissance étant plus régulière, on pourra retenir un multiple de capitalisation ou PER plus faible.

Le modèle met en relation le PER actuel d'un titre avec son PER futur dans n années, en tenant compte :

- d'un taux de croissance (g) constant des bénéfices par action ;
- d'un taux de distribution (d) constant.

$$V = \sum_{i=1}^n \frac{DPA_i}{(1+k)^i} + \frac{V_n}{(1+k)^n}$$

Avec pour hypothèses suivantes :

- les bénéfices par action croissent de manière constante ;
- les dividendes par action sont supposés augmenter à un taux (g) constant ;
- le taux de distribution (d) est aussi supposé constant dans le temps.

En supposant que $DPA_i = d \times BPA_{i-1}$

- d étant le taux de distribution ;
- BPA_{i-1} le bénéfice net par action de l'exercice précédent.

On peut donc écrire :

$$V_0 = \sum_{i=1}^T \frac{d \times BPA_{i-1}}{(1+k)^i} + P_T (A+k)^{-T}$$

$$\text{Or } BPA_i = BPA_0 \times (1+g)^i$$

On peut donc écrire :

$$V_0 = \sum_{i=1}^T \frac{d \times BPA_0 \times (1+g)^{i-1}}{(1+k)^i} + P_T(1+k)^{-T}$$

(ce qui équivaut)

$$\longleftrightarrow V_0 = d \times BPA_0$$

$$\text{Or } BPA_T = BPA_0 \times (1+g)^T \longleftrightarrow V_0 = d \times BPA_0$$

En divisant cette équation par BPA_0 , nous avons :

$$\frac{V_0}{BPA_0} = d \times \sum_{i=1}^T \frac{(1+g)^{i-1}}{(1+k)^i} + \left[\frac{P_T}{BPA_T} \times \frac{(1+g)^T}{(1+k)^T} \right] \longleftrightarrow PER_0 = d \times \sum_{i=1}^T \frac{(1+g)^{i-1}}{(1+k)^i} + PER_T \times \frac{(1+g)^T}{(1+k)^T}$$

$$\longleftrightarrow PER_0 \times \frac{(1+k)^T}{(1+g)^T} - d \times \sum_{i=1}^T \frac{(1+g)^{i-1}}{(1+k)^i} - PER_T$$

La relation de BATES devient alors :

$$PER_n = PER_0 \times A - d \times B$$

Avec en particulier :

- $A = \left[\frac{(1+k)^T}{(1+g)^T} \right]$
- $B = \left[\frac{(1+g)^T}{(g-k)^T} \right] \times (1-A)$

La méthode d'évaluation des actions de Bates est utilisée notamment lors des introductions en Bourse. C'est une méthode dérivant de celle de Gordon et Shapiro. La méthode repose sur la formule générale d'évaluation d'un titre, avec un horizon de temps limité à n années.

Exercice 21

ÉNONCÉ

Un investisseur souhaite vendre dans 7 ans une action qu'il possède. Cette action est valorisée actuellement par le marché financier 15 fois ses bénéfices. Par ailleurs :

- le taux de croissance annuel des bénéfices (BPA) est supposé constant et égal à 18 % ;
- le taux de rentabilité exigé par les actionnaires est de 11 % ;
- le taux de distribution supposé constant est égal à 9 %.

TRAVAIL À FAIRE

À quel PER doit-il vendre son action ?

CORRIGÉ

Identifions les variables à partir des informations fournies dans l'énoncé :

- $PER_0 = 15$
- $d = 9 \%$
- $k = 11 \%$
- $g = 18 \%$
- $n = 7$ ans

$$A = \left[\frac{(1+0,11)}{(1+0,18)} \right]^7 = 0,6518$$

$$B = \left[\frac{(1+0,18)}{(0,18-0,11)} \right] \times (1-0,6518) = 5,87$$

$$\text{PER}_n = \text{PER}_0 \times A - d \times B = 15 \times 0,6518 - 0,09 \times 5,87 = \mathbf{9,2487}$$

L'investisseur devra vendre son action à un PER proche de 9,25.

TITRE 2. LA VALEUR ET LE RISQUE

Pour illustrer le thème de la valeur et du risque, nous pouvons raisonner sur un exemple simple et concret. Un agent économique a le choix entre deux projets (ou investissements) :

- Le 1^{er} projet présente une rentabilité identique au 2^e, mais avec un risque plus élevé.
- Le 2^e projet, de même rentabilité, présente un risque moindre.

Le choix rationnel de l'agent est de sélectionner le 2^e projet (de même rentabilité, mais de risque plus faible). Maintenant la question est : sous quelle(s) condition(s) accepterait-il d'investir dans le 1^{er} projet ? Intuitivement, on peut imaginer qu'il le fera si la rentabilité du projet était supérieure au 2^e projet.

Ainsi le facteur risque doit être pris en compte dans la détermination de la valeur d'un actif. La rémunération attendue sera d'autant plus forte que le risque attaché au projet est élevé.

Appliqués à la gestion de portefeuilles titres, de tels principes ont amené le développement de plusieurs modèles financiers :

- le Modèle d'équilibre des actifs financiers (MEDAF ou modèle à un seul facteur) ;
- le Modèle d'évaluation par arbitrage (MEA ou modèle multifactoriel) ;
- le Modèle de Fama et French (modèle à trois facteurs).

CHAPITRE 1. GESTION DE PORTEFEUILLE

La théorie moderne du choix des portefeuilles s'est développée sur les concepts :

- de la rentabilité moyenne ;
- de la variance des rentabilités.

Chaque investisseur rationnel essaiera de composer le portefeuille optimal, permettant de déterminer la frontière dite « efficiente ».

Dans cette partie, nous aborderons successivement :

- la gestion de portefeuille ;
- la notion de rentabilité et risque d'un titre ou d'un portefeuille composé de deux titres, dans le cadre d'une diversification ;
- la construction de la frontière efficiente d'un portefeuille de deux titres ;
- l'évaluation du prix du risque par le MEDAF, et les modèles apparentés.

SECTION 1. NOTION DE PORTEFEUILLE

Définition

Un **portefeuille** est un ensemble d'actifs financiers risqués ou non risqués.

Parmi ces actifs financiers, nous retrouvons principalement les titres financiers risqués ou non risqués suivants :

- les actions (actions, parts sociales...) ;
- les obligations (obligations d'État, du secteur privé...) ;
- les titres hybrides (obligations convertibles, remboursables en actions, etc.) ;
- les titres de créances à court terme (billets de trésorerie, certificats de dépôt...).

Un portefeuille de titres financiers pourra donc être composé ;

- uniquement d'une seule de ces catégories d'actifs ;
- ou bien d'une combinaison de différentes proportions de ces actifs.

SECTION 2. SÉLECTION D'UN PORTEFEUILLE

L'investisseur rationnel sélectionnera les actifs composant son portefeuille. L'investisseur détermine les portefeuilles optimaux, selon ses propres critères et selon son degré d'utilité.

Pour normer les comportements des investisseurs rationnels, la théorie financière a défini un cadre, permettant de définir l'ensemble des portefeuilles optimaux.

Ce cadre repose sur le concept de l'« espérance/variance ». Ce concept privilégie la rentabilité espérée (espérance) sous contrainte du risque (variance).

- la recherche de la rentabilité du portefeuille ;
- la prise de risque minimal dans un portefeuille composé de plusieurs titres financiers.

Selon le modèle de **Markowitz**, les investisseurs rationnels doivent investir dans des portefeuilles dits « efficaces ». Les portefeuilles efficaces sont ceux :

- qui présentent la rentabilité la plus élevée pour un niveau de risque donné ;
- qui présentent le risque le plus faible pour un niveau de rentabilité donnée.

L'ensemble des portefeuilles optimaux, sont ceux qui figurent sur la frontière efficace. Le choix d'un portefeuille dans le cadre de l'« Espérance Variance », doit donc :

- maximiser l'espérance de rentabilité ;
- sous contrainte de minimisation du risque.

Ces objectifs s'écrivent sous la forme suivante :

- $\text{Max } E(R)$;
- $\text{Min } V(R)$.

SECTION 3. DIVERSIFICATION D'UN PORTEFEUILLE

Il est simple d'admettre qu'en investissant dans plus d'un titre, l'investisseur réduit le risque global du portefeuille. De plus, la diversification réduit le risque mais sans provoquer de déclin des rendements totaux, améliorant ainsi le rapport entre risque et rendement.

Mais si le rendement d'un portefeuille correspond à la somme des rendements des titres, il en va tout autrement pour le calcul de son risque. Pour le comprendre, il est utile de rappeler que :

- Le risque d'un titre est mesuré par les écarts de son cours autour du cours moyen. Plus ces fluctuations sont importantes et plus le titre est dit risqué.
- Ces fluctuations s'expliquent par des facteurs propres au titre, le **risque spécifique**, et par des facteurs liés aux mouvements du marché, le **risque systématique**.

Nous aborderons dans cette partie successivement ;

- le risque total et sa décomposition en risque systématique et spécifique ;
- la diversification d'un portefeuille.

I. RISQUE TOTAL ET DIVERSIFICATION

Les titres composant le portefeuille sont choisis en fonction de leur niveau de corrélation. Plus les titres sont négativement corrélés entre eux (plus leurs cours évolueront dans des directions opposées), et plus les effets de la diversification seront importants.

Comment mettre en pratique le principe de diversification ?

Le modèle de marché propose une approche réaliste de cette diversification. L'intérêt essentiel du modèle de marché vient de son approche de l'analyse du risque en deux composantes :

- le risque spécifique ;
- le risque systématique.

En regroupant des titres dans un même portefeuille (donc en diversifiant son portefeuille), les risques spécifiques de chaque titre finissent par se compenser, réduisant ainsi le risque global du portefeuille. Le risque du portefeuille est alors fonction de trois paramètres :

- le nombre de titres composant le portefeuille ;
- le niveau d'interaction des actions entre elle ;
- le risque associé à chaque action du portefeuille.

II. DÉCOMPOSITION DU RISQUE TOTAL

Les cours des actions d'un portefeuille fluctuent pour des raisons diverses (communes à l'ensemble des actions, ou spécifiques à une société ou un ensemble de sociétés).

Le risque de perte (récession économique) affectant l'ensemble du portefeuille est appelé **risque de marché** ou **risque systématique**.

Le risque systématique (appelé encore risque non diversifiable) est représenté par la part de volatilité (variabilité disent les statisticiens) qui reste stable indépendamment du nombre d'actions composant le portefeuille.

Les événements (grève, pénurie, litiges...) qui n'affectent que le développement d'une société, donnent lieu à des pertes réparties de manière aléatoire au sein des sociétés qui ne sont pas liées (ou corrélées) entre elles, et qui peuvent être réduites par diversification.

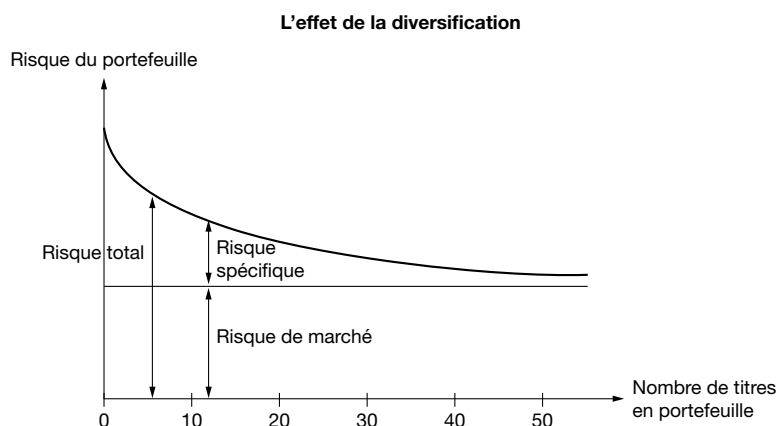
Le risque de perte induit par ce type d'événements est appelé **risque spécifique**.

Ainsi, le risque total lié à la détention d'un titre est constitué par la somme d'un risque spécifique et d'un risque systématique. Nous pouvons donc écrire :

Risque total = Risque systématique + Risque spécifique

Si l'on représente le risque total d'un portefeuille de valeurs en fonction du nombre de titres composant le portefeuille, la représentation graphique est la suivante :

- en abscisses le nombre de valeurs dans le portefeuille ;
- en ordonnées la valeur du risque total du portefeuille $\sigma(r_{ap})$.



Le risque spécifique est une asymptote, alors que le risque de marché est représenté par une droite horizontale.

COMMENTAIRES

- Le risque total est composé de la somme du risque spécifique et du risque systématique.
- Plus le nombre de valeurs composant le portefeuille est élevé, plus le risque spécifique tend à diminuer, voire même s'annuler.
- À un certain niveau de portefeuille, la diversification entraîne la suppression du risque spécifique. Le portefeuille ainsi diversifié n'est plus soumis qu'au risque systématique.

III. RISQUE SPÉCIFIQUE OU DIVERSIFIABLE

Le risque spécifique (ou risque individuel) ne concerne qu'un titre en particulier dans un portefeuille, à ce titre il pourra être diversifié d'où le terme de « risque diversifiable ».

Ce risque est attaché à l'entreprise (ou au projet) concernée, ou à un secteur d'activité donné.

On peut facilement imaginer que le risque attaché à un titre (action) de la nouvelle technologie et des télécommunications n'est pas du tout le même que celui attaché à un titre appartenant à un secteur traditionnel (grande distribution, construction automobile...).

Le risque spécifique est représenté par les fluctuations du rendement de la valeur qui ne sont pas liées aux variations de rendement du marché. Ces variations ou fluctuations de rendement, sont équivalentes à la dispersion des nuages de points, par rapport à la droite de régression.

Ce risque peut être largement diminué, et même théoriquement éliminé par voie de diversification du portefeuille ; aussi il n'est pas rémunéré par le marché, et donc ne procure aucun surcroît de gain.

IV. RISQUE NON DIVERSIFIABLE OU RISQUE SYSTÉMATIQUE

Le risque systématique est appelé aussi risque de marché et caractérise l'ensemble du marché.

Ce risque peut être estimé à partir du bêta qui correspond à la pente de la droite de marché.

Le bêta indique la sensibilité du rendement du titre par rapport au rendement du marché. Autrement dit le bêta exprime la manière dont le titre subit l'ensemble des risques affectant les entreprises.

Le risque systématique ne peut pas disparaître par diversification dans les portefeuilles, c'est la raison pour laquelle on l'appelle risque non diversifiable.

Le risque systématique est influencé par des données macroéconomiques (inflation, crises économiques, conflits géopolitiques...). Or l'entreprise n'a que très peu d'emprise sur ces données.

CHAPITRE 2. RENTABILITÉ ET RISQUE D'UN PORTEFEUILLE

Dans ce chapitre nous aborderons, le choix d'un portefeuille titres dans le cadre des critères « Rentabilité/Risque ».

Dans un premier temps, nous rappellerons les notions essentielles de rentabilité et de risque, associées à un titre.

Puis nous étudierons le couple « Rentabilité/Risque » dans le cadre d'un portefeuille composé de deux titres.

Enfin, les principes ainsi étudiés pourront être extrapolés à la gestion de portefeuilles composés de (n) actifs.

SECTION 1. RENTABILITÉ ET RISQUE D'UN TITRE

Le taux de rentabilité d'une action est calculé à partir des :

- revenus (dividende et plus-value) ;
- rapportés au montant de l'investissement (prix d'achat de l'action).

REMARQUE

Le terme « rendement » est souvent utilisé dans le langage commun pour désigner en réalité la rentabilité d'un titre financier.

I. RENTABILITÉ D'UN TITRE

A. RENTABILITÉ EN UNIVERS CERTAIN

1. Rentabilité d'un titre

En univers certain, tous les paramètres intervenant dans le calcul de la rentabilité d'une action, sont fixés et connus. Il n'existe pas d'aléas dans leur réalisation, la rentabilité espérée qui découle de la détention d'un titre (j), pour une période donnée s'écrit :

$$R_j = \frac{D_1 + P_1 - P_0}{P_0}$$

Avec :

- P_0 : valeur de l'action en début de période ;
- P_1 : valeur de l'action en fin de période ;
- D_1 : montant du dividende perçu ;
- R_j : rentabilité du titre (j).

Le critère du taux de rentabilité sera un des critères déterminants dans le choix d'une action de tout investisseur. Un titre qui présentera une rentabilité espérée élevée sera privilégié par les investisseurs, qui se porteront acquéreurs, et inversement.

EXEMPLE APPLICATIF

Une action a une valeur de 200 € en début de période (Prix d'achat).

La valeur espérée en fin de période (prix de vente) est de 220 €.

Le dividende distribué est de 3 € par action.

Le taux de rentabilité de cette action est de : $r = \frac{[3 + (220 - 200)]}{200} = + 11,50 \%$.

2. Rentabilité moyenne

La rentabilité moyenne s'exprime comme :

$$\bar{r}_j = \frac{\sum_{i=1}^n r_{ji}}{n}$$

Avec :

- n : nombre de périodes ;
- r_{ji} : valeurs constatées du titre j à i^{e} période ;
- \bar{r}_j : moyenne arithmétique des rentabilités du titre (j).

B. RENTABILITÉ EN UNIVERS INCERTAIN

Dans un univers probabilisable, la moyenne des données probabilisées est appelée espérance mathématique.

La rentabilité espérée apparaît comme la moyenne des rentabilités observées sur plusieurs périodes :

$$E(r_j) = \sum r_{ji} \times P_i$$

Avec :

- $E(r_j)$: espérance mathématique ;
- P_i : probabilité de réalisation attachée à chaque événement ;
- r_{ji} : rentabilité du titre (j) durant la période (i).

II. RISQUE D'UN TITRE OU VARIABILITÉ D'UN TITRE

Pour analyser et caractériser statistiquement la distribution des rendements en termes de risque, il est nécessaire d'analyser la dispersion de la distribution.

La dispersion est une mesure qui précise de combien un rendement donné peut s'écarter de sa moyenne. Plus la dispersion sera grande, plus les rendements s'écarteront de la moyenne, et donc les rendements futurs sont considérés comme incertains.

On choisira des indicateurs statistiques comme :

- la variance des rentabilités ;
- l'écart type des rentabilités, en se basant sur la valeur moyenne.

Plus les valeurs sont resserrées autour de la valeur moyenne, plus grandes seront les chances de voir se réaliser cette espérance de gain.

A. MESURE DE LA VARIABILITÉ EN AVENIR CERTAIN

1. La variance des rentabilités

La variance est une mesure statistique de la dispersion autour de la moyenne des valeurs. Elle est égale à la somme des écarts entre :

- la valeur constatée r_{ji} (rentabilité du titre (j) pendant la période (i)) ;
- sa moyenne (ou rentabilité moyenne).

Cet écart est ensuite élevé au carré.

La variance (représentée par la lettre grecque sigma (σ) au carré) s'exprime alors comme :

$$\sigma_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (r_{ji} - \bar{r}_j)^2}{n}$$

REMARQUES

De manière statistique :

- dans le cas d'une population, le dénominateur de la variance et de l'écart type est « n » ;
- dans le cas d'un échantillon, le dénominateur de la variance et de l'écart type est « n-1 ».

La variance ne peut être que positive, dans la mesure où tous les écarts positifs ou négatifs, calculés par rapport à la moyenne sont élevés au carré.

D'autre part, plus les valeurs constatées s'écartent de la moyenne, plus les écarts sont élevés, donc plus la variance (ou variabilité) sera importante.

Une variance élevée signifie que la dispersion sera grande, et donc le risque du projet élevé.

La variance présente un inconvénient important, c'est celui d'être difficilement interprétable en l'état. En effet, il paraît difficile d'en apprécier qualitativement le résultat ainsi obtenu.

Le plus souvent on se référera à l'écart type, qui n'est qu'une déclinaison de la variance.

2. L'écart type des rentabilités

L'écart type est une mesure de la variabilité la plus utilisée en finance. Il mesure de la variabilité d'une série statistique et il est représenté par sigma (σ).

L'écart type est égal à la racine carrée, de la somme du carré des écarts à la moyenne.

L'écart type est une mesure statistique de dispersion. Il se calcule par la racine carrée de la variance.

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (r_{ji} - \bar{r}_j)^2}{n}}$$

L'écart type est indépendant des unités choisies (euros, kilos...), ce qui rend plus aisées les comparaisons du risque de plusieurs projets (titres financiers, projets d'investissements...).

B. MESURE DU RISQUE OU DE LA VARIABILITÉ EN AVENIR INCERTAIN

Dans un univers incertain, il existe de nombreux aléas dans la réalisation des événements susceptibles de modifier le rendement.

Le risque suppose de pouvoir recenser ces aléas et d'y associer des probabilités de réalisation, et leurs incidences pour les rendements.

La rémunération des actions est par nature incertaine car basée sur :

- les dividendes, qui sont fonction des bénéfices futurs et de la manière dont l'entreprise souhaitera rétribuer ses actionnaires ;
- l'accroissement potentiel de l'action.

De fait, il sera nécessaire d'étudier les valeurs que peuvent prendre les deux variables, selon différentes alternatives ou scénarios, et leur associer des probabilités de réalisation.

La prévision des revenus possibles ou probables, s'effectuera à partir d'une distribution de valeurs probables.

La prise en compte du risque s'effectuera, pour la variable étudiée (rentabilité d'un titre), en lui affectant plusieurs scénarios possibles, associés à des probabilités de réalisation.

1. Risque et variabilité : La variance d'un projet en avenir incertain

La variance mesure la variabilité de la variable (rendement d'un titre ou d'une action).

La définition de la variance est pratiquement identique à celle définie en univers certain.

Seules les modalités varient :

- Chaque écart se calcule par rapport à l'espérance mathématique $E(r_j)$.
- Chaque écart est ensuite pondéré par sa probabilité de réalisation.
- Somme des écarts ainsi obtenus :

$$v(r) \text{ ou } \sigma_j^2 = \sum [r_{ji} - E(r_j)]^2 \times P_i$$

- avec $E(r_j)$ l'espérance mathématique ;
- P_i la probabilité de réalisation attachée à chaque événement ;
- r_{ji} la valeur (j) de l'événement de la période.

La variance a l'avantage de s'exprimer dans la même unité que l'espérance mathématique.

Mais la variance étant exprimée en termes quadratiques, elle est assez difficile à interpréter.

On lui préférera l'écart type.

2. Risque et écart type en avenir incertain

Tout comme la variance, l'écart type mesure la variabilité, d'une variable (ici d'une action). L'écart type présente l'avantage d'être exprimé dans la même unité que les données servant à le calculer.

L'écart type se calcule à partir de la variance, c'est la racine carrée de la variance. Il est égal à la racine carrée de la somme du carré des écarts à la moyenne, multipliés par leurs probabilités de réalisation.

$$\sigma_j = \sqrt{V(r)}$$

REMARQUES

- Cette mesure du risque par la variance ou l'écart type, n'est valable que si les distributions de probabilités des taux de rendement suivent ce que les statisticiens appellent une loi normale.
- La mesure du risque suppose une estimation de la distribution des probabilités des taux de rendement ex-ante (par opposition au ex-post se basant sur le passé).

III. INTERACTION D'UN TITRE ET DU MARCHÉ

Le degré de dépendance entre l'évolution des actifs (titres par exemple) et l'évolution du marché se mesure par la covariance et le coefficient de corrélation.

Pour aller un peu plus loin, nous évoquerons les notions dérivant de la valeur moyenne, de la variabilité, et du risque :

- la covariance ;
- la corrélation ;
- le coefficient bêta.

A. INTERACTION EN AVENIR CERTAIN

1. La covariance des rendements

La covariance est un indicateur statistique mesurant les interactions entre deux titres.

$$\text{Covariance ou cov}_{jm} = \frac{\sum_{i=1}^n (r_{ji} - \bar{r}_j)(r_{mi} - \bar{r}_m)}{n}$$

La covariance représente le produit du coefficient de corrélation des deux valeurs constituant le portefeuille par l'écart type de la première valeur et l'écart type de la seconde.

La covariance est une des deux composantes du coefficient bêta. Si elle est négative, les deux valeurs sont inversement corrélées.

2. Le coefficient de corrélation

$$\rho_{jm} = \frac{\sigma_{jm}}{\sigma_j \sigma_m}$$

Le coefficient de corrélation représente le rapport entre :

- la covariance de deux variables (numérateur) ;
- le produit des deux écarts types de ces mêmes variables (dénominateur).

$$\text{ou bien } \rho_{jm} = \frac{\sum_{i=1}^n (r_{ji} - \bar{r}_j)(r_{mi} - \bar{r}_m)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (r_{ji} - \bar{r}_j)^2 \times \sum_{i=1}^n (r_{mi} - \bar{r}_m)^2}}$$

Si la covariance (numérateur) est positive, le coefficient de corrélation sera aussi positif, ce qui traduit le fait que l'évolution dans un sens du marché (R_m), entraînera la même évolution du titre (R_j).

Si la covariance (numérateur) est négative, le coefficient de corrélation sera aussi négatif, ce qui traduit le fait que l'évolution dans un sens du marché (R_m), entraînera l'évolution inverse du titre (R_j).

Si la covariance (numérateur) est nulle le coefficient de corrélation sera nul, ce qui traduit le fait que l'évolution dans un sens du marché (R_m), n'a aucune incidence sur la rentabilité du titre (R_j).

La valeur du coefficient de corrélation, est comprise entre -1 et 1 .

Plus les coefficients s'approchent de 1 (en valeur absolue), plus la corrélation entre les deux variables est élevée.

Un coefficient de corrélation proche de 0 , suppose que les deux variables n'ont aucune relation (Projets indépendants).

B. INTERACTION EN AVENIR INCERTAIN

1. La covariance des rentabilités

La covariance mesure la manière dont deux variables aléatoires sont liées.

Tout comme la variance, la covariance est exprimée en unités de déviations au carré.

La covariance apparaît comme le produit :

- des écarts par rapport à l'espérance mathématique de la 1^{re} variable (r_{ji}) ;
- par les écarts par rapport à l'espérance mathématique de la 2^e variable (r_{mi}).

$$\text{Covariance ou cov}_{jm} = \sum_{i=1}^n [(r_{ji} - E(r_j)) \times (r_{mi} - E(r_m))] \times P_i$$

Avec :

- r_{mi} : rentabilité du marché au cours de la période (i) ;
- $E(r)$: espérance mathématique ;
- P_i : probabilité de réalisation des événements.

Interprétation

- Si les deux rendements sont supérieurs à la moyenne, les deux termes de la covariance seront positifs.
- Si les deux rendements sont inférieurs à la moyenne, les deux termes de la covariance restent positifs.
- À l'opposé, si un rendement d'une variable aléatoire (titre j), est supérieur à sa moyenne, et que le rendement de l'autre variable aléatoire (titre m ou marché) est inférieur à sa moyenne, il y a une relation négative entre les deux variables. La covariance des deux variables sera donc négative.
- On peut déduire que pour une covariance nulle, les écarts à la moyenne de chaque variable s'annulent, car évoluant sans aucune relation entre elles.

2. Le coefficient de corrélation

La corrélation apparaît comme la division de la covariance par le produit des écarts type des deux actions. Son signe (+ ou -) est identique à celui de la covariance, dans la mesure où les écarts types sont positifs.

Le coefficient de corrélation pourra se déterminer comme précédemment, en faisant le rapport entre :

- la covariance de deux variables (numérateur) ;
- le produit des deux écarts types de deux variables (dénominateur).

$$\rho_{jm} = \frac{\sigma_{jm}}{\sigma_j \sigma_m}$$

Interprétation du coefficient de corrélation

Le coefficient de corrélation se situe entre $[-1, +1]$, en passant par 0.

Si le coefficient de corrélation est positif, les deux variables (ici les rendements) sont dites « positivement corrélées » (Corrélation de 1 = corrélation positive parfaite).

Si le coefficient de corrélation est négatif, les deux variables (ici les rendements) sont dites « négativement corrélées » (Corrélation de -1 = corrélation négative parfaite).

Si le coefficient de corrélation est nul, les deux variables (ici les rendements) ne sont pas corrélées (Corrélation de 0 = absence totale de corrélation).

SECTION 2. RENTABILITÉ ET RISQUE D'UN PORTEFEUILLE COMPOSÉ DE DEUX TITRES

I. RENTABILITÉ ET RISQUE D'UN PORTEFEUILLE

A. RENTABILITÉ DU PORTEFEUILLE COMPOSÉ DE DEUX TITRES

Si nous raisonnons pour un portefeuille composé de 2 actifs risqués A et B et en posant :

- X_A : la proportion en % du titre A dans le portefeuille ;
- X_B : la proportion en % du titre B dans le portefeuille.

L'espérance de rentabilité $E(R_p)$ est une fonction linéaire des espérances de rentabilité des titres qui composent le portefeuille.

$$R_p = X_A \times R_A + X_B \times R_B$$

La rentabilité du portefeuille est la moyenne des rentabilités de chacun des titres qui le composent, pondérée par leurs poids respectifs dans le portefeuille.

B. RISQUE ET DIVERSIFICATION D'UN PORTEFEUILLE

Le risque d'un actif financier est représenté par les variations de la rentabilité de cet actif, par rapport à sa rentabilité espérée.

La variabilité d'un actif caractérise son risque.

Le risque pouvant être estimé par un indicateur de dispersion comme la variance $(\sigma)^2$ ou l'écart type (σ) .

La constitution de portefeuilles composés de plusieurs titres réduit le risque du portefeuille par rapport aux risques individuels de chacun des titres composant le portefeuille.

La variance (ou l'écart type) des taux de rentabilité du portefeuille est en principe inférieur à la variance de chacun des titres.

Le risque d'un portefeuille n'est pas égal à la moyenne pondérée des risques des titres le composant car le risque d'un portefeuille est fonction :

- du risque de chaque titre ;
- du nombre de titres ;
- des relations qui lient les rentabilités de chacun des titres.

C. FORMULATION DU RISQUE DE PORTEFEUILLE (σ_p^2) COMPOSÉ DE DEUX ACTIFS

Le risque d'un portefeuille composé de deux actifs est la somme :

- du risque associé à chaque titre, pondéré par leurs poids respectifs dans le portefeuille ;
- du produit des proportions respectives par la covariance des rentabilités du titre A et B.

Le risque du portefeuille de deux actifs s'écrit comme :

$$\sigma_p^2 = X_A^2 \cdot \sigma_A^2 + X_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot X_A \cdot X_B \cdot \text{Cov}_{AB}$$

Avec :

- σ_p^2 : variance du portefeuille ;
- σ_A^2 : variance du titre A ;
- X_A : proportion en % du titre A dans le portefeuille ;
- σ_{AB} : covariance des rentabilités du Titre A et du Titre B ;
- ρ_{AB} : corrélation entre la rentabilité du titre A et du titre B.

Or $\rho_{AB} = \text{Cov}_{AB} / (\sigma_A \cdot \sigma_B)$, la relation précédente peut aussi s'écrire :

$$\sigma_p^2 = X_A^2 \cdot \sigma_A^2 + X_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot X_A \cdot X_B \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}$$

II. LA FRONTIÈRE EFFICACE

Parmi l'ensemble infini des portefeuilles possibles, certains en dominent d'autres. Ces portefeuilles sont appelés efficaces ou efficients.

Ainsi un portefeuille sera dit **efficace** si, parmi tous ceux qui ont la même variance de rentabilité que lui, il présente l'espérance de rentabilité la plus forte.

L'ensemble des portefeuilles efficaces constituent la frontière efficace ou efficiente de **Markowitz**.

L'investisseur devra dans un premier temps :

- déterminer les portefeuilles efficaces ;
- puis sélectionner, en fonction de son aversion au risque, le portefeuille qui réalise le meilleur compromis entre risque (non désiré) et rentabilité espérée.

Envisageons les frontières efficaces d'un portefeuille de deux titres, en fonction de la valeur des coefficients de corrélation liant la rentabilité du titre A, à la rentabilité du titre B.

A. CORRÉLATION PARFAITE ET POSITIVE ($R_{AB} = +1$)

Quand la corrélation est parfaite et positive entre les actifs (corrélation = 1), la relation est positive et linéaire entre rentabilité espérée et risque (mesuré par l'écart type σ).

En partant de la relation de la variance du portefeuille de deux actifs :

$$\sigma_p^2 = X_A^2 \cdot \sigma_A^2 + X_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot X_A \cdot X_B \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}$$

Si $\rho_{AB} = +1$, la relation devient :

$$\sigma_p^2 = X_A^2 \cdot \sigma_A^2 + X_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot X_A \cdot X_B \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot 1$$

qui nous ramène à une relation remarquable :

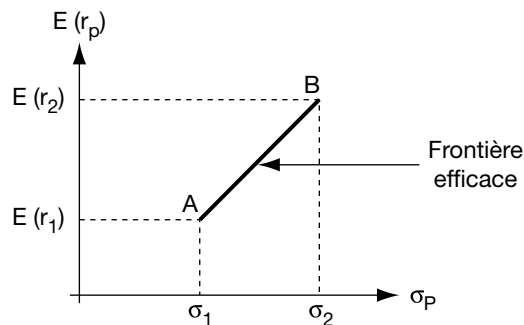
$$\sigma_p^2 = (X_A \cdot \sigma_A + X_B \cdot \sigma_B)^2$$

En d'autres termes, la variance du portefeuille est égale à la somme des écarts types (risques) de chaque titre, pondérée par les parts de chaque titre dans le portefeuille, élevés au carré.

Si les taux de rentabilité des deux titres (A et B) sont parfaitement corrélés, le risque du portefeuille est égal à la moyenne arithmétique des risques des titres individuels, pondérés par les proportions de titres.

La diversification ne sert à rien. Il n'y a ainsi aucun gain de diversification à attendre dans ce cas : la frontière efficace se confond avec l'ensemble de tous les portefeuilles atteignables, et toute augmentation de rentabilité espérée est la contrepartie de l'acceptation d'un risque plus élevé.

La représentation graphique avec deux actifs est la suivante :



Le point (A) présente une espérance de rentabilité $E(r_1)$ moins élevée que celle du portefeuille (B) représentée par $E(r_2)$, mais le risque associé au portefeuille (B) est plus élevé (σ_2).

B. CORRÉLATION PARFAITE ET NÉGATIVE ($\rho_{AB} = -1$)

$$\sigma_p^2 = X_A^2 \cdot \sigma_A^2 + X_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot X_A \cdot X_B \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}$$

Si $\rho_{AB} = -1$, la relation devient alors :

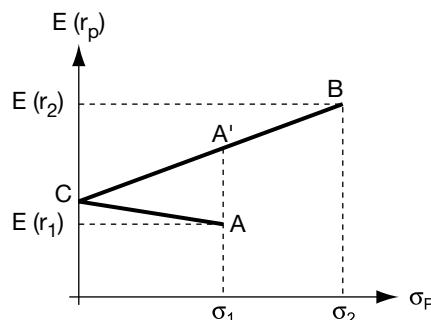
$$\sigma_p^2 = X_A^2 \cdot \sigma_A^2 + X_B^2 \cdot \sigma_B^2 - 2 \cdot X_A \cdot X_B \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B$$

qui nous ramène aussi à la relation remarquable suivante :

$$\sigma_p^2 = (X_A \cdot \sigma_A - X_B \cdot \sigma_B)^2$$

La variance du portefeuille est égale à la différence des écarts types de chaque titre, pondérée par les proportions de chaque titre dans le portefeuille.

La diversification parfaite et négative entraîne la suppression totale du risque du portefeuille. L'ensemble des combinaisons des portefeuilles de deux titres, peut être représenté de la manière suivante :



Cet ensemble est constitué de deux segments de droite AC et CB.

Seul le segment CB constitue la frontière efficace : tout individu rationnel et prudent ne choisira aucun portefeuille sur le segment AC, car tout portefeuille situé sur ce segment est dominé par un portefeuille situé sur le segment CA' (les portefeuilles situés sur le segment CA' présentent le même niveau de risque mais avec un niveau de rentabilité espérée supérieure).

Le portefeuille A est constitué exclusivement d'un seul actif ; si l'on décide de diminuer le poids de ce dernier, en incluant un deuxième actif, on glisse alors du point A vers C.

La rentabilité espérée croît tout en diminuant le risque. Ceci reste possible dans le cas d'une corrélation négative entre les deux actifs.

Le portefeuille C correspond à un portefeuille sans risque (variance nulle), bien que constitué de deux actifs risqués.

Au-delà du point C, sur le segment CB, toute rentabilité espérée supérieure nécessite de prendre un risque supplémentaire.

C. CORRÉLATION NULLE ENTRE LES DEUX TITRES ($\rho_{AB} = 0$)

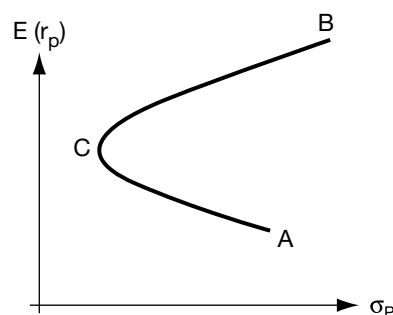
Lorsque la corrélation des rentabilités est nulle, la variance du portefeuille (σ_p^2) est égale à la somme des variances du titre A et B, pondérées par leurs poids respectifs dans le portefeuille.

Avec $\sigma_p^2 = X_A^2 \cdot \sigma_A^2 + X_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot X_A \cdot X_B \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}$

Si $\rho_{AB} = -1$, la relation devient alors : $\sigma_p^2 = X_A^2 \cdot \sigma_A^2 + X_B^2 \cdot \sigma_B^2$

La courbe de l'ensemble des portefeuilles prend la forme d'une hyperbole (voir figure 3).

Figure 3



La frontière efficace correspond au segment [C,B].

Il n'y a pas de portefeuille à variance nulle.

Les portefeuilles du segment [C,A], sont dominés par ceux figurant sur le segment [C,B].

CHAPITRE 3. LA DROITE DE MARCHÉ DES CAPITAUX

SECTION 1. L'ÉQUATION DE LA DROITE DU MARCHÉ

L'équation de la « droite du marché » va relier le rendement attendu d'un portefeuille efficace à son risque mesuré par l'écart type de la distribution du rendement attendu.

L'expression mathématique de la droite du marché est :

$$E(r_p) = r_f + \frac{[E(r_m) - r_f]}{\sigma_m} \times \sigma_p$$

Avec :

- r_f : rendement libre de risque ou rentabilité sans risque ;
- σ_p : écart type du portefeuille ;
- σ_m : écart type du marché ;
- $E(r_p)$: espérance de rentabilité du portefeuille ;
- $E(r_m)$: rentabilité moyenne du marché ;
- $E(r_m) - r_f$: supplément de rentabilité que l'on obtient en quittant un placement libre de risque pour aller investir dans le portefeuille de marché.

Ce complément de rémunération est appelé « prix du risque » ou prime de risque.

Cette équation est représentée par une droite appelée « droite de marché des capitaux » (ou **Capital Market Line – CML**).

La pente de la droite est appelée prix de marché du risque pour un portefeuille.

Ce prix est égal à la prime de risque du marché offerte au marché $[E(r_m) - r_f]$, ramenée au montant du risque de marché σ_m .

La prime de risque doit être positive, pour permettre aux investisseurs de réaliser des investissements plus risqués.

En effet, plus l'investisseur souhaitera obtenir une rémunération complémentaire importante, plus il devra accepter l'accroissement du risque (σ_m).

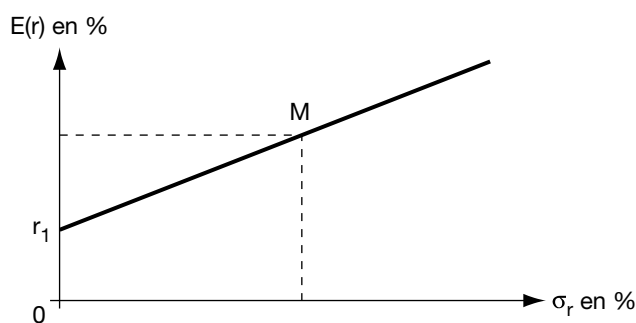
La droite de marché explique le rendement d'un portefeuille efficace comme étant égal au prix du temps, ajouté au prix du risque, multiplié par la quantité de risque.

SECTION 2. LA DROITE DE MARCHÉ DES CAPITAUX

Si l'on représente graphiquement la droite de marché avec :

- en abscisse, l'écart type de distribution du rendement attendu ou espéré σ ;
- en ordonnée, l'espérance de rendement d'un portefeuille efficace $E(r)$.

La représentation graphique prend la forme d'une droite, coupant l'axe des ordonnées en r_f .



Au point 0, l'investisseur décide de ne prendre aucun risque, il est donc uniquement rémunéré au taux de rendement sans risque (r_f).

Au point M, l'investisseur qui prend un risque plus important (actifs risqués) verra sa rémunération croître proportionnellement à la pente.

Il s'agit là du portefeuille de marché (M), car il est censé représenter l'ensemble du marché.

Tous les investisseurs construisent la frontière de Markowitz et déterminent la même frontière efficace ou efficiente.

Le marché se trouve en équilibre, si tous les actifs risqués offerts sont détenus et que le portefeuille tangent comprend tous ces actifs.

CHAPITRE 4. LE MODÈLE D'ÉQUILIBRE DES ACTIFS FINANCIERS (MEDAF)

Issus des travaux de W. Sharpe, F. Black et E. Fama, le modèle d'équilibre des actifs financiers est dérivé du modèle de marché.

Le MEDAF ou Capital Asset Pricing Model (CAPM) apporte des éléments de réponse à l'influence des décisions sur la valeur de l'entreprise et du coût des capitaux propres pour une structure financière donnée.

Ce modèle se fonde sur la notion de taux de rentabilité anticipé. Il permet de déterminer le rendement requis d'un actif risqué en fonction de son risque systématique. Seul le risque systématique est rémunéré. Le risque spécifique n'est pas pris en compte, car il peut être supprimé par diversification.

La validité du MEDAF a été vérifiée par de nombreuses études empiriques. Mais les résultats des dernières études sont pour la plupart du temps décevants et montrent que la relation entre le bêta et la rentabilité n'est pas avérée.

SECTION 1. LES HYPOTHÈSES DU MODÈLE

Le MEDAF repose sur un certain nombre d'hypothèses dont certaines semblent difficilement acceptables. Toutefois, le MEDAF a pu être jugé comme étant robuste dans la mesure où l'abandon des hypothèses de départ a abouti à une généralisation du modèle et non à son altération.

Les hypothèses du MEDAF reprennent toutes celles posées par Markowitz et Tobbin :

- L'investisseur est averse au risque.
- Il existe un placement sans risque au taux R_f .
- Tout investisseur peut emprunter et prêter sans limite au taux R_f .

À ce jeu des hypothèses, on doit rajouter les hypothèses relatives à l'efficacité des marchés :

- Anticipation homogène (les investisseurs forment tous des anticipations identiques sur la rentabilité et le risque des actifs).
- L'information est accessible à tous et sans coût.
- Il n'y a pas de coût de transaction (les marchés financiers sont sans friction).
- Les actifs sont infiniment divisibles.
- Ni les dividendes ni les gains en capitaux ne sont taxés.
- De nombreux acheteurs et vendeurs interviennent sur le marché mais aucun ne peut avoir d'influence sur les prix (marché purement concurrentiel).
- Tous les actifs sont négociables.

SECTION 2. LA FORMULATION DU MODÈLE

Un investisseur qui cherche à constituer un portefeuille parmi un ensemble d'actifs risqués doit, s'il est rationnel, diversifier ses placements afin de réduire le risque. L'ensemble des portefeuilles bien diversifiés qui s'offrent à un investisseur forme la frontière efficiente de Markowitz.

La relation du MEDAF s'exprime alors comme une relation linéaire entre le rendement espéré du portefeuille ou du titre (i) et son risque (bêta) :

$$E(r_i) = r_f + \beta_i \times [E(r_m) - r_f]$$

Avec :

- $E(r_i)$: rendement espéré du portefeuille ou titre (i) ;
- r_f : taux de rendement sans risque ;
- β_i : représentant le risque égal mathématiquement à σ_{im} / σ_m^2 ;
- $[E(r_m) - r_f]$: représentant la prime de risque.

Dans la conception du MEDAF, seul le risque du marché est rémunéré. Comme le portefeuille de marché est parfaitement diversifié (afin de neutraliser le risque spécifique), son seul risque est représenté par le risque systématique commun à tous les titres.

Ainsi, dans la formulation du MEDAF :

- le rendement espéré de tout portefeuille ou titre (i), qu'il soit efficient ou non, est égal au taux de rendement sans risque augmenté d'une prime de risque ;
- la prime de risque du portefeuille ou titre (i) va dépendre de la quantité de risques systématiques à rémunérer et du prix unitaire de ce risque sur le marché ;

- le rapport entre la prime de risque de (i) et la prime de risque du marché correspond au coefficient bêta ;
- la quantité de risques rémunérés pour un portefeuille ou un titre (i) est fonction de sa contribution (covariance σ_{im}) au risque du marché. Plus sa contribution est importante, plus sa prime de risque sera élevée, et moins sa contribution sera importante, moins sa prime de risque sera élevée.

Le bêta est le rapport entre la covariance des rendements du portefeuille ou du titre (i), par rapport aux rendements du marché [$\text{Cov}(r_i, r_m)$] ou σ_{im} et la variance des rendements du marché $\text{Var}(r_m)$ ou σ_m^2 .

Le MEDAF est une relation d'équilibre qui permet de déterminer la rémunération optimale du risque de tout actif risqué (i). Si cette rémunération est plus élevée, (i) représente un investissement attractif que les investisseurs rechercheront.

Le risque systématique du portefeuille ou titre (i) est représenté par le coefficient bêta.

Le rendement espéré du portefeuille ou titre (i) est au moins égal au taux de rendement sans risque r_f , augmenté d'une prime de risque $= [E(r_m) - r_f]$.

Exercice 22

ÉNONCÉ

Un investisseur souhaitant acheter un titre (i) a obtenu les informations suivantes :

- $E(r_i) = 14 \%$, rentabilité espérée du titre (i)
- $E(r_m) = 10 \%$, rentabilité espérée du marché (m)
- $R_f = 4 \%$, taux d'intérêt sans risque
- $\beta_i = 1,90$, bêta du titre (i)

TRAVAIL À FAIRE

1. Exprimez la relation du MEDAF.
2. Retrouvez la rentabilité du titre à l'équilibre selon le MEDAF.

CORRIGÉ

1. La relation du MEDAF

$$E(r_i) = r_f + \beta_i \times [E(r_m) - r_f] = 0,04 + \beta_i \times (0,10 - 0,04)$$

2. La rentabilité du titre à l'équilibre selon le MEDAF

$$E(r_i) = 0,04 + 1,90 \times (0,10 - 0,04) = + 15,40 \%$$

Le titre (i) n'est pas à l'équilibre et apparaît surévalué selon la relation du MEDAF (la rentabilité est de 15,40 % au lieu de 14 %).

SECTION 3. LES CRITIQUES DU MODÈLE

La première critique adressée au MEDAF (ou CAPM) est relative à ses hypothèses jugées restrictives. Cette critique a, cependant, été profitable au CAPM dans la mesure où différents auteurs ont montré qu'en abandonnant les hypothèses une à une, on aboutit à un modèle plus général où les implications fondamentales sont toujours vérifiées (linéarité de la fonction, rendement risque, importance du β dans la mesure du risque).

La deuxième critique est relative à sa testabilité du fait de la non-connaissance du portefeuille du marché et la difficulté de tester une relation ex ante en terme anticipé.

La non-connaissance du portefeuille du marché

R. Roll (1977) a affirmé que le CAPM est non testable car un test du CAPM n'a de sens que si l'on connaît exactement la composition du portefeuille du marché. (Le portefeuille du marché doit contenir tous les actifs qu'ils soient financiers, mobiliers ou humains.) Or, dans la réalité, le rendement d'un tel portefeuille est difficilement mesurable. L'utilisation d'un portefeuille approximé qui n'est pas nécessairement sur la frontière efficiente entraîne une estimation des coefficients β erronés.

La difficulté de tester la relation d'équilibre en terme anticipé

Toute théorie d'équilibre tel que le CAPM ou le modèle d'arbitrage propose des relations entre le rendement et les différents attributs futurs du titre. En effet, ce sont les investisseurs qui déterminent la formation des prix sur le marché. D'après le CAPM, la relation entre le rendement espéré et le risque futur est linéaire. Or, ni les rendements espérés, ni les valeurs futures des β des titres ne sont observables. Les rendements actuels ou passés ne constituent pas toujours une bonne approximation des rendements futurs. La validité de la relation rendement risque ne peut donc être testée que dans le passé.

CHAPITRE 5. LES MODÈLES À PLUSIEURS FACTEURS

SECTION 1. MODÈLE D'ÉVALUATION PAR L'ARBITRAGE (MEA)

Le MEDAF a été pendant longtemps le paradigme de la finance en tant que modèle d'équilibre des marchés financiers.

Au début des années 1980, S. Ross et R. Roll ont élaboré une autre alternative au MEDAF appelé Modèle d'évaluation par arbitrage (MEA) ou arbitrage Pricing Theory (APT).

Ce modèle propose de formaliser le taux de rentabilité d'une action comme une fonction linéaire d'un nombre de facteurs explicatifs ne suivant pas une loi normale gaussienne.

I. LE MODÈLE DE BASE

Le MEA est fondé sur la notion qu'un portefeuille d'arbitrage ne peut exister à l'équilibre du marché et sur l'intuition selon laquelle un nombre limité de facteurs systématiques communs affecte le taux de rentabilité espérée de tous les actifs financiers.

Le modèle essaie donc d'identifier ces facteurs et de mettre en équation la relation entre l'espérance de rentabilité d'un titre et ces risques communs.

A. LES FACTEURS RELEVANT DE CRITÈRES MACROÉCONOMIQUES

Burmeister, Roll et Ross (1994) ont proposé un ensemble de 5 facteurs, susceptibles d'interagir sur les rentabilités des titres.

Fondé sur l'arbitrage, ce modèle pose comme principe que, sur un marché concurrentiel, la valorisation des actifs sera telle qu'ils généreront une rentabilité équivalente pour un risque assumé. Ce modèle se fonde sur beaucoup moins d'hypothèses que le MEDAF, mais il retient que la rentabilité d'un actif financier est fonction de son espérance de rentabilité, ainsi que de plusieurs autres facteurs auxquels il est plus ou moins sensible.

L'hypothèse de base de l'APT est que le cours de chaque titre est influencé par un nombre limité de facteurs communs à l'ensemble des titres et par un facteur spécifique à ce titre et totalement indépendant de tous les autres facteurs :

- « **Facteur confiance** » (ou confidence factor) : il est mesuré par l'écart entre les rentabilités des obligations émises par les entreprises et celles émises par l'État.

De manière générale, il existe un écart de rentabilité entre les deux types d'obligations. Celles de l'État étant moins risquées, leur rentabilité est plus faible (risque de défaut). Si, au cours de certaines périodes, cet écart de rentabilité (appelé prime de risque) venait à se réduire, cela traduirait la plus grande confiance des agents économiques dans l'appréciation de leur environnement, et donc une plus grande inclinaison dans l'investissement à risque.

- « **Facteur inflation** » : si le taux d'inflation réalisé s'avère plus élevé que sa prévision (inflation anticipée), on constate une influence négative pour les rentabilités de certaines actions de sociétés exposées à ce facteur inflationniste.
- « **Facteur horizon de temps** » : dans son approche, il est assez similaire à celui du « facteur confiance » ; il se mesure par l'écart de rentabilités d'une obligation à long terme (20 ans) et d'un titre de créance à très court terme (bons du Trésor, titres de créances...). Habituellement, les taux à court terme (bons du Trésor, TCN, certificats...) sont plus faibles que les taux longs (20 ans). En cas de réduction de l'écart, on suppose que ce phénomène provient du fait que les agents économiques sont prêts à investir à long terme (incluant les actions de sociétés).
- « **Facteur cycle des affaires** » : prend souvent comme référence un indicateur macroéconomique (PNB, indice Michigan...) et l'envisage comme un précurseur de l'évolution des affaires et donc des activités économiques. En clair, un bon indicateur (PNB élevé) entraîne des effets favorables pour les titres de sociétés du commerce, de production...
- « **Facteur de marché** » : défini un peu par défaut, ce facteur tiendrait compte de toutes les incidences, non prises en compte par d'autres facteurs.

La plupart des titres ont une exposition positive à ce facteur, et on peut le concevoir comme un sentiment général des affaires.

B. LES FACTEURS RELEVANT DES CARACTÉRISTIQUES DE SOCIÉTÉS

Grinold et Kanh (1994) ont proposé un ensemble de facteurs caractéristiques de sociétés. Nous pouvons distinguer parmi ces facteurs :

- les facteurs liés aux fondamentaux des sociétés ;
- les facteurs liés au marché.

Industrie : L'appartenance à ce secteur d'activité induit un certain nombre de comportements spécifiques (investissements, risque, croissance...).

Taille : La taille d'une société présente une incidence sur la rentabilité (plus élevée dans les sociétés de petite taille) des titres.

Change : Une société importatrice ou exportatrice, qui facture ses opérations en devises étrangères (euro/USD, yen/USD...), sera sensible aux variations des parités de change.

Volatilité : La volatilité des bénéfices passés impacte potentiellement la rentabilité de l'investissement.

Liquidité : Prise en compte dans les volumes de transaction, l'investisseur est sensible à cette notion de liquidité, en accordant une prime de liquidité à certains actifs financiers.

Momentum : Plus la société aura eu un parcours boursier performant, plus l'évolution future des cours devrait être favorable.

La liste de ces facteurs n'est pas exhaustive et on peut très bien imaginer que la recherche dans ce domaine fasse évoluer les facteurs, car bon nombre de ces facteurs ressortent de recherches plutôt empiriques.

Dans un marché considéré comme totalement efficient, toutes les opportunités d'arbitrage sont éliminées ; la rentabilité anticipée pour chaque titre est une simple combinaison linéaire des bêtas relatifs à chaque facteur.

Autrement dit, chaque bêta est une mesure du risque systématique, et à chaque bêta est attaché un prix du risque.

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_{1i}\delta_{1t} + \beta_{2i}\delta_{2t} \dots + \beta_{ki}\delta_{kt} + \varepsilon_i$$

Avec :

- R_{it} : taux de rentabilité sur le titre (i) ;
- α_i : constante spécifique au titre ;
- $\delta_{1t} + \delta_{2t} + \delta_{kt}$: représentant le k facteurs ;
- ε_i : terme spécifique au titre (ou variable aléatoire de moyenne zéro) représentatif du risque non systématique ;
- β_{1i} à β_{ki} : des constantes représentatives de la sensibilité du titre (i) à chaque facteur.

L'hypothèse de base est que le nombre de facteurs communs à tous les titres est relativement peu élevé ; toutes les autres sources de risque sont spécifiques et donc diversifiables.

L'APT admettant plusieurs sources de risque, ce modèle ne nécessite pas l'identification exacte du portefeuille de marché et peut être utilisé pour un sous-segment du marché total.

Aucune hypothèse n'est émise sur le nombre de ces facteurs, mais on considère qu'ils sont peu nombreux.

II. LES LIMITES DE L'APT

Aucune certitude n'existe sur l'identité réelle des facteurs.

C'est une méthode pour l'essentiel empirique, et pour laquelle les facteurs identifiés sont le plus souvent instables. L'APT apparaît comme le MEDAF s'il n'existe qu'un seul facteur commun (indice de marché).

III. COMPARAISONS MEDAF/MEA

On a coutume de dire qu'en dehors des universitaires, rares sont les professionnels de la finance coutumiers du MEDAF et encore moins avec l'APT.

Le MEDAF identifie de manière claire une seule origine du risque systématique (le portefeuille de marché). De très nombreuses études ont porté sur sa validité.

L'APT ne considère le portefeuille de marché que comme un facteur parmi d'autres, sources de risque. Le modèle ne fait appel à aucune hypothèse quant aux distributions de probabilité.

Si le MEDAF identifie bien l'origine (unique) du risque systématique, il souffre d'un problème d'estimation, car par nature difficilement observable.

À l'opposé, l'APT ne souffre pas de problèmes d'estimation des sources de risque, car ses variables sont aisément en principe mesurables. Par contre, ce modèle pose le problème de l'identification précise des facteurs, de par leur nature (lesquels retenir ?) et de par leur nombre (de 2 à combien ?).

SECTION 2. MODÈLE DE FAMA ET FRENCH

Dans les années 1990, Eugène Fama et Kenneth French ont poussé l'analyse du Médaf en proposant un modèle de valorisation à trois coefficients (Three Factor Asset Pricing Model).

Le modèle à trois facteurs de Fama et French est une version dérivée du CAPM, issue de recherches poussées.

Ces recherches ont abouti à différencier des catégories d'actifs, tels que :

- Petite capitalisation.
- Grande capitalisation.
- Valeurs de croissance et de valeurs.

Au facteur commun du marché (modèle classique du CAPM) viennent s'ajouter deux autres coefficients, censés prendre en compte les facteurs manquants :

- La taille des sociétés : il existe une prime de risque pour les petites sociétés car le risque lié à celles-ci est plus élevé.
- La valeur des titres : les valeurs qui ont un ratio VC/VM (valeur comptable/valeur de marché) élevé ont un potentiel de rendement supérieur à celui des valeurs dites de « croissance ». Les titres de « valeur » ont des rendements plus élevés, car présentant un risque plus important et un coût du capital plus important. Ce coût du capital correspond au rendement attendu par les investisseurs. Le rendement de ces valeurs est en conséquence, plus élevé.

Ces coefficients reposent sur un lien entre caractéristique intrinsèque des entreprises et rendement des actions.

Ce modèle cherche à améliorer sans totalement remettre en cause le CAPM classique (à un seul facteur).

La relation devient :

$$R_i = R_f + \beta_{im} \times (R_m - R_f) + \beta_{is} \times E(SMB_t) + \beta_{ih} \times E(HML_t)$$

Avec :

- **E(SMB_t)** : l'estimation de la différence de rendements entre les actifs de grande et petite taille. Avec SMB comme étant le Small Market to Book (value). Il représente la rentabilité en excès des petites capitalisations.
- **E(HML_t)** : l'estimation de la différence de rendements entre les actifs à forte et faible valorisation boursière. Il représente le rendement des actions avec un ratio Book to Market faible ou élevé.

SECTION 3. L'APPROCHE HISTORIQUE DES PRIMES DE RISQUE

I. LA PRIME DE RISQUE SUR LES OBLIGATIONS

Ce qui caractérise une obligation, c'est son risque de défaut. Le risque de défaut représente le risque de voir son émetteur se trouver dans l'incapacité de payer les intérêts et de rembourser le montant emprunté lors de son échéance.

Parmi les obligations, certaines présentent une garantie certaine de remboursement et de paiement des intérêts (ex. : les obligations émises par le Trésor).

Ces obligations ont un risque de défaut très faible (bien que variable en fonction des États), car l'État peut décider de monter les impôts pour faire face à cette dette.

Ce type d'obligations est assimilé à des obligations à faible (ou sans) risque.

De même, le raisonnement est valable pour les obligations émises par des émetteurs privés, et le risque de défaut pourra être plus ou moins grand selon le profil de l'entreprise.

La différence entre le taux d'intérêt sans risque (ex. : obligations du Trésor) et les obligations avec risque de défaut (obligations du secteur privé, d'un État moins solvable...) est appelée de « prime de risque ».

Une obligation à risque de défaut présentera toujours une prime de risque positive, et une augmentation du risque de défaut entraîne un accroissement de la prime de risque.

Le risque de défaut varie selon les émetteurs, et la prime de risque est donc un facteur dans la détermination du taux d'intérêt d'une obligation.

II. LA PRIME DE RISQUE SUR LES ACTIONS

Il est peut-être intéressant de comparer :

- le rendement risqué des actions ordinaires ;
- le rendement sans risque des titres de créance (bons du trésor, obligations d'État...).

Cette comparaison fait apparaître une différence entre les différents rendements. Cette différence correspond à un rendement supplémentaire de l'actif risqué, résultant du niveau de risque plus élevé des actions. Ce supplément de rémunération est appelé « prime de risque ».

La nature de la prime de risque et sa détermination sont au centre des débats de la finance.

TITRE 3. LA VALEUR ET L'INFORMATION

Les investisseurs se forment une opinion sur la valeur d'un actif (financier ou non) à partir des informations fournies. Les informations transmises sont susceptibles de modifier radicalement l'appréciation de la qualité d'un actif, aux yeux des investisseurs.

L'information à la disposition d'un investisseur est par nature diverse, souvent complexe, parfois contradictoire :

- informations tirées sur les fondamentaux d'une entreprise (rentabilité, croissance, structure financière...) par les analystes financiers ;
- informations tirées des cours (historiques, tendances, canaux...) par les analystes techniques.

Au final, s'ils pensent que la valeur d'un titre est par exemple sous-évaluée en Bourse, les investisseurs se porteront acquéreurs du titre. Inversement, si la valeur du titre semble surévaluée, ils vendront le titre. Il s'établit alors un prix d'équilibre entre les acheteurs et les vendeurs du titre, à un moment donné, donnant lieu à un échange (transaction).

Ces dernières années, la théorie financière s'est longuement penchée sur la question des cours boursiers et de l'information transmise sur la valeur d'un actif. Dans les prochains développements, nous aborderons successivement :

- le thème des cours boursiers (formation, représentation, analyse...) ;
- la théorie de l'efficience des marchés (avec les différentes hypothèses d'efficience) ;
- la finance comportementale (ou comment les déviations psychologiques des individus peuvent influencer sur les valeurs).

CHAPITRE 1. LES COURS BOURSIERS

SECTION 1. THÉORIES DES COURS BOURSIERS

I. L'APPROCHE NÉOCLASSIQUE

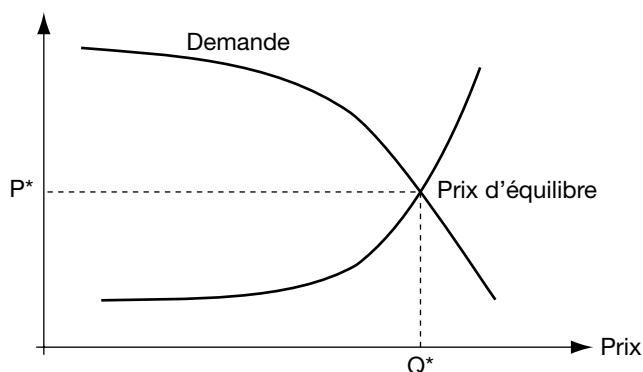
La concurrence pure et parfaite est un modèle de la théorie économique néoclassique, décrivant une structure de marché. La concurrence parfaite permet d'atteindre un « prix d'équilibre » sur les marchés, sous respect de conditions spécifiques.

Dans le modèle néoclassique dit « Walrassien » (Walras, 1874), le marché idéal respecte les conditions suivantes :

- **La transparence de l'information.** Elle suppose une information parfaite des agents sur le bien échangé et sur d'autres biens. L'information est immédiate et gratuite, et accessible à tous. La présence d'un « commissaire-priseur », qui centralise les offres et demandes afin de calculer le prix d'équilibre, est une façon d'assurer cette transparence.

- **Les coûts de transaction sont nuls.** On dit alors que les marchés financiers sont sans friction. L'existence de coûts élevés de transaction freine la réalisation des opérations, et peut entraîner une moindre liquidité des marchés. Les **agents agissent indépendamment**, et aucun agent n'est prépondérant, l'offre ou la demande de chaque agent étant négligeable par rapport à l'offre ou (demande) totale. Ce concept est posé par le principe de l'atomicité du marché.
- **Les prix et les quantités sont infiniment divisibles.** Dans ce type de marché, un commissaire-priseur centralise l'ensemble des offres et des demandes afin de déterminer les prix, permettant de les équilibrer. Une fois ces prix fixés, ils sont communiqués à tous les agents économiques qui échangent de manière décentralisée et fixent ainsi les quantités échangées.

Le prix d'équilibre est atteint lorsque l'offre égalise la demande.



La demande d'un actif décroît au fur et à mesure que les prix de cet actif croissent (courbe descendante de la demande). Mais, à l'inverse, la courbe de l'offre croît avec l'augmentation des prix.

Il se produit, à un instant donné, un croisement entre la courbe de la demande et celle de l'offre ; ce croisement se fait en un point d'équilibre (appelé prix d'équilibre P^*).

Ce prix d'équilibre est le cours auquel il y a maximisation de l'offre et de la demande (point Q^*).

Les opérateurs sont en concurrence sur le marché pour faire la meilleure offre, ce qui permet de déterminer le prix du marché de l'actif.

II. THÉORIES FINANCIÈRES ET COURS BOURSIERS

La réalité des marchés financiers s'éloigne souvent de ce cadre idéal et conceptuel, décrit dans le modèle néoclassique.

Le cours boursier d'une société fluctue au gré des informations publiées ou non, sur le futur de l'entreprise. Le marché de la valeur réagit aux informations communiquées et le cours de l'action varie en fonction de ces nouvelles tenant des facteurs fondamentaux.

Le comportement des marchés est souvent considéré comme irrationnel. Au cours de certaines périodes, les cours boursiers s'affolent, et n'ont plus de lien avec la réalité économique. On retrouve des phénomènes psychologiques propres aux activités humaines (peur, dépression, enthousiasme...).

Les spécialistes financiers parlent des aspects psychologiques qui sous-tendent les cours.

Enfin, il serait regrettable d'oublier l'importance des éléments régissant les marchés et donc la fixation des cours boursiers. Ces éléments sont d'ordre technique et organisationnel. Ils représentent les règles de fonctionnement des marchés, qui ont une incidence directe sur les cours.

Nous aborderons au travers des développements :

- la théorie de l'efficacité informationnelle ou de l'incidence de l'information sur les cours boursiers ;
- la finance comportementale ou le rôle de la psychologie sur la formation des cours ;
- les éléments de microstructure financière des marchés.

A. INFORMATION ET COURS BOURSIERS

Le rôle joué par l'information est déterminant dans la fixation du prix de marché. Une meilleure information permet d'augmenter la valeur de l'actif, dans la mesure où le risque lié à la détention de cet actif sera mieux cerné.

De même, une nouvelle information peut venir modifier l'appréciation que portent les investisseurs dans l'actif considéré sur le risque ou/et la rentabilité de l'actif.

En fonction de ces informations, les opérateurs ajustent en temps réel leurs anticipations sur l'actif, ce qui entraîne un changement permanent du cours de la valeur.

B. PSYCHOLOGIE ET COURS BOURSIERS

Depuis ces dernières années, un courant universitaire, appelé finance comportementale, remet en cause les préceptes de l'efficacité des marchés, en posant comme principes :

- Les investisseurs sont en très grande majorité irrationnels.
- Il existe des « biais comportementaux » dans les choix des intervenants.
- Les opérations d'arbitrage auraient des effets limités.

Ce courant s'appuie notamment sur des études psychologiques des êtres humains et leurs croyances irrationnelles (biais, déviations...).

C. MICROSTRUCTURE FINANCIÈRE DES MARCHÉS

L'organisation, les règles de fonctionnement et les mécanismes d'échange des marchés sont susceptibles d'affecter la formation des prix des actifs. Le prix d'un actif (action ou obligation) pourra admettre un prix d'équilibre différent, voire dans certains cas plusieurs prix d'équilibre.

La connaissance des mécanismes et des règles de cotation des valeurs permet de mieux comprendre leurs incidences sur les cours des valeurs.

Dans les développements qui vont suivre sur les cours boursiers, nous nous intéresserons :

- aux analyses sur lesquelles se basent les opérateurs pour se fixer une idée de la valeur ;
- aux éléments de microstructure financière des marchés (la formation des prix, modes de cotation, réglementation...) ;
- à l'hypothèse de l'efficacité des marchés ;
- à la finance comportementale.

SECTION 2. LA PRÉVISION DES COURS

L'analyste financier a la possibilité d'utiliser deux outils dans l'exercice difficile de la prévision des cours boursiers :

- l'analyse dite « fondamentale » ;
- l'analyse dite « technique ».

I. L'ANALYSE FONDAMENTALE

L'analyse fondamentale s'attache à étudier la réalité économique d'une entreprise (réalité politique, économique...) et s'appuie sur des données statistiques. Elle tire de ces données macroéconomiques des conséquences directes sur l'exploitation et l'avenir de la société étudiée, l'objectif étant d'évaluer la valeur d'une société et d'en apprécier sa sur- ou sous-évaluation par rapport à son cours de Bourse. Ainsi (contrairement à l'**analyse technique**), l'analyse fondamentale ne se base pas sur les cours mais uniquement sur les données économiques de l'entreprise.

Pour étudier une entreprise, l'analyse fondamentale nécessite de prendre en compte un certain nombre d'éléments comptables et financiers qui sont fournis par les états financiers, les rapports annuels ou par les communiqués des dirigeants d'entreprise.

II. L'ANALYSE TECHNIQUE

L'analyse technique est l'étude de l'évolution historique d'un marché, principalement sur la base des graphiques, dans le but de prévoir les futures tendances.

L'utilisation de l'analyse technique et la reconnaissance de tendances vont permettre à l'analyste technique de prévoir l'évolution future des cours. Cette prévision repose sur le constat de récurrence des mouvements des cours boursiers.

Prenons comme exemple l'analyse de l'indice CAC 40 au cours de la période récente :



L'analyste peut s'apercevoir que le marché peut montrer :

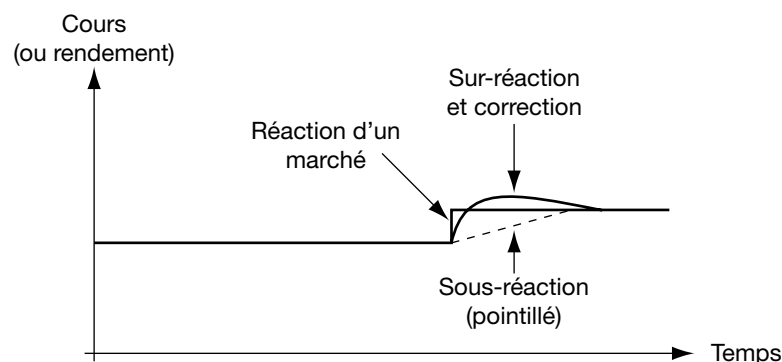
- des difficultés à franchir certains niveaux de cours (si le marché est orienté à la baisse, on parlera de supports et, si le marché évolue à la hausse, on parlera de résistances) ;
- des tendances à la hausse ou à la baisse des cours. Ces tendances seront représentées par des droites de tendance (haussière ou baissière).

Dans le présent cas, l'analyste technique a identifié deux obliques, dont la rupture entraînerait l'accélération du mouvement. Et, effectivement, la rupture de l'oblique (droite support) a été le début d'une forte baisse...

CHAPITRE 2. LES FORMES D'EFFICIENCE INFORMATIONNELLE

Un marché financier efficient est un marché sur lequel le prix des titres reflète complètement l'information disponible. L'analyste financier va collecter des informations sur la société et toute autre information ayant un impact sur la société. Puis il procédera à une analyse, pour en tirer des informations susceptibles de lui permettre de procéder à une estimation du cours boursier.

Les ajustements de cours peuvent s'opérer de différentes manières. Le graphe suivant est la représentation de ces différents ajustements :



Sur un marché totalement efficient, les prix s'ajustent immédiatement et reflètent toute l'information. Au moment où l'information est rendue publique, l'investisseur ne peut réaliser aucune opération pour profiter d'une rentabilité anormale.

La connaissance d'une information au moment où elle est rendue publique ne présente aucun intérêt pour l'investisseur dans la mesure où les prix de l'actif s'ajustent avant qu'il ne soit possible de réaliser une opération.

Les cours peuvent s'ajuster, de manière plus lente dans le temps, au regard de l'information fournie et transmise au marché.

Ce délai peut être plus ou moins long (sous-réaction).

Autre phénomène d'ajustement, c'est celui de la surréaction, qui entraîne une évolution rapide et forte des prix vers le haut (formant une bulle).

Les cours s'ajustent (correction) par la suite, de manière plus lente dans le temps, à l'information fournie.

« Un marché est dit efficient si et seulement si l'ensemble des informations disponibles concernant chaque actif financier coté sur le marché est immédiatement intégré dans son prix. »

E. Fama, 1970.

E. Fama (1965) identifiait différentes formes d'efficience dans son article fondateur, et classait ces différents types d'information en trois classes :

- l'information sur les cours et volumes ;
- l'information publique ;
- l'information privilégiée.

L'analyse et la distinction de la nature des informations concernant les actifs financiers permettent d'analyser leurs incidences sur les prix d'un actif.

Cette distinction permet la division des principaux tests concernant l'efficience en trois catégories.

SECTION 1. LA FORME FAIBLE DE L'EFFICIENCE

La forme faible de l'efficience des marchés est considérée comme la moins contraignante des trois formes de l'efficience.

Dans ce degré d'efficience, les prix des actions reflètent complètement l'information contenue dans l'historique des cours passés.

Le marché est efficient au sens faible, si l'utilisation et l'étude des cours et des rendements passés ne peuvent permettre d'obtenir des rendements anormaux.

Dans un marché efficient de forme faible, les cours des titres reflètent tout ce qu'on pourrait déduire de leur historique.

L'observation des cours et des volumes de transaction ne serait d'aucune utilité pour battre le marché ou obtenir des rentabilités excédentaires.

Dans ce cadre, l'analyse technique serait vaine...

Cette approche de l'efficience présente moins de difficultés d'interprétation que les deux autres formes (semi-fortes et fortes), du fait de l'absence de référence au caractère de plus ou moins grande diffusion de l'information (publique ou privée).

La condition d'efficience se représente mathématiquement par l'équation suivante :

$$C_i = C_{i-1} + \text{Taux de rendement attendu} + \text{Erreur aléatoire}$$

Avec :

- C_i : cours du jour ;
- C_{i-1} : cours de la veille.

Traduit de manière littéraire, cela signifie que le cours du jour est égal au cours de la veille, auquel vient s'ajouter le rendement attendu sur le titre, plus ou moins une variation minimale à caractère aléatoire, qui est indépendante d'une période à une autre.

La forme faible peut être considérée comme le niveau d'efficacité minimum pour un marché financier, car les investisseurs ont la possibilité d'obtenir comme information l'historique des cours.

Quelles sont les informations visées ?

Les informations déjà connues et publiées dans cette hypothèse d'efficacité sont les comptes publiés, les séries de taux d'intérêt, de taux de croissance...

SECTION 2. LA FORME SEMI-FORTE DE L'EFFICIENCE

Un marché sera dit efficace au sens semi-forte, si les cours reflètent toute l'information disponible publique. Dans cette optique, les données publiques ne peuvent être utilisées pour tenter de faire mieux que le marché. La forme semi-forte des marchés exige un grand degré de compétences de la part des investisseurs.

Ces derniers doivent être capables d'appréhender des informations publiques d'ordre financier (ratios, marges, rentabilité...) et d'ordre statistique (situation concurrentielle, normes du secteur...). En plus de ces connaissances techniques, les investisseurs devront disposer de temps pour obtenir et traiter l'ensemble de ces informations.

Quelles sont les informations visées dans l'efficacité semi-forte ?

Les informations présentes à l'instant même où elles sont rendues publiques. Dans cette hypothèse d'efficacité, on trouvera les bilans, les alertes sur résultats, PER...

SECTION 3. LA FORME FORTE DE L'EFFICIENCE

Dans cette forme d'efficacité, les prix des actions intègrent toute l'information disponible, qu'elle soit détenue par le public (ex. : les états financiers, les historiques de cours...), ou bien détenue par des investisseurs initiés (les informations non encore rendues publiques et considérées comme privilégiées : délibérations des réunions des conseils d'administration, rapport des auditeurs...).

Dans cette hypothèse, il n'est pas possible de tirer parti des informations non publiques concernant un actif financier pour prévoir l'évolution future du prix de cet actif.

Ainsi, toute information susceptible d'affecter la valeur d'une action et qui est connue par une ou plusieurs personnes initiées est complètement reflétée dans le cours de l'action.

L'utilisation d'une information non publique pour obtenir une rentabilité anormale est vaine, puisque, dans la forme forte des marchés, l'information serait immédiatement prise en compte par le marché, et l'initié ne saurait en tirer parti.

Pourtant, en pratique, la possession d'une information privilégiée par un « initié » génère des profits anormaux. C'est d'ailleurs une des raisons de l'existence d'une réglementation répressive en matière d'opérations réalisées par les initiés.

La forme forte de l'efficace apparaît comme la forme la plus extrême de l'efficacité, et elle semble peu compatible avec la réalité des marchés financiers.

Il existe une hiérarchie relationnelle entre les différents types d'efficacité.

La forme forte de l'efficacité inclut la forme semi-forte, qui elle-même inclut la forme faible de l'efficacité.

CHAPITRE 3. FINANCE COMPORTEMENTALE

De nombreuses études empiriques réalisées ces deux dernières décennies ont mis à mal la théorie de l'efficience des marchés. De nombreux théoriciens partisans de l'efficience des marchés et de la finance comportementale s'affrontent farouchement.

L'approche comportementale se distingue des théories financières, qui reposent sur le principe de rationalité des investisseurs.

Selon cette approche, les investisseurs commettraient des erreurs systématiques dans la façon dont ils perçoivent et traitent les informations. Ces écarts entre le comportement réel et le comportement rationnel tel que prévu par l'hypothèse d'efficience des marchés seraient à l'origine des anomalies.

La finance comportementale est basée sur deux hypothèses complémentaires qui se différencient nettement des hypothèses retenues dans le cadre de l'efficience des marchés.

Les individus ne sont pas totalement rationnels dans leurs comportements.

L'arbitrage, qui est réalisé par des individus plus avertis, plus rationnels, comporte une part de risque très élevée, et donc l'efficacité de l'arbitrage s'en trouve considérablement réduite.

Un certain nombre de faits vont à l'encontre de l'hypothèse de l'efficience des marchés : ces faits sont appelés « anomalies ». Une anomalie est un phénomène observé, incompatible avec le modèle théorique de l'efficience des marchés.

Ainsi, depuis quelques années, de nombreux résultats empiriques mettent en évidence des résultats non conformes à ceux espérés par la théorie financière.

Parmi les anomalies dites classiques, citons :

- les anomalies calendaires ;
- les anomalies liées à la taille et au Price Earning Ratio (PER) ;
- les anomalies météorologiques.

SECTION 1. LES ANOMALIES

I. LES ANOMALIES CALENDAIRES

Deux types d'anomalies ont été constatés, spécifiquement aux effets périodiques du calendrier :

- **L'effet du mois :**

On constate que les entreprises à faible capitalisation offrent des rentabilités supérieures pendant les mois de décembre et de janvier. Cette anomalie est aussi appelée « effet fin d'année ou effet janvier ».

Une saisonnalité peut être constatée à l'inverse pour les mois de septembre et octobre de chaque année. Ces effets semblent d'ailleurs se produire aussi pour les actions des grandes sociétés (krach des mois d'octobre 1929 ou 1987, événements tragiques de septembre 2001).

- **L'effet du jour :**

French (1980) a constaté, dans une étude des rentabilités journalières sur l'indice SP500 pendant la période s'étendant de 1953 à 1977, que le lundi présentait une rentabilité négative, statistiquement significative. À l'opposé, les rentabilités journalières étaient positives certains jours de la semaine (mercredi et veilles de jours fériés).

II. LES ANOMALIES LIÉES À LA TAILLE ET AU PRICE EARNING RATIO (PER)

En 1981, un chercheur (Banz) a mis en évidence des rentabilités positives anormales par rapport au modèle du Médaf sur la période de 1936 à 1975. Cette étude portait sur les entreprises à faible capitalisation boursière (Valeur du titre en Bourse \times Nombre de titres en circulation).

Dix ans plus tard (1992), Fama et French ont confirmé cette anomalie.

Leur étude portait sur la période de 1963 à 1990, et les valeurs du New York Stock Exchange (NYSE), du Nasdaq et l'Amex, et en retenant comme paramètre le critère de la capitalisation boursière. Cette étude a abouti à montrer que les 10 % d'entreprises à plus faible capitalisation boursière présentaient une rentabilité supérieure (+ 0,74 %) à la rentabilité moyenne mensuelle des 10 % d'entreprises à plus forte capitalisation.

Le rendement sur les petites capitalisations est donc plus élevé que le rendement des grandes capitalisations. Ce phénomène pouvait s'expliquer dans la théorie classique par la nécessité de rémunérer de manière plus grande le risque sur les petites entreprises. Cela n'explique pas tout, car les écarts de rentabilité avaient pour origine le mois de janvier.

Les mêmes résultats ont été obtenus pour les entreprises à faible PER, à fort rendement ou bien celles ayant le ratio Book to Market (Valeur comptable/Valeur de marché) le plus élevé.

Ces anomalies dans les rentabilités ne semblent pas s'expliquer par la seule différence de risque systématique entre les différents portefeuilles constitués conformément aux concepts du MEDAF.

Les partisans y voient une défaillance dans l'application de la théorie de l'efficience, et expliquent ce phénomène par une sous-évaluation temporaire de ces titres.

III. LES ANOMALIES MÉTÉOROLOGIQUES

L'adage commun « faire la pluie et le beau temps » serait-il d'actualité dans l'analyse des rentabilités de certaines valeurs ?

Toujours est-il que plusieurs chercheurs (Hirschleifer et Shumway-2003) ont porté leur intérêt sur les effets :

- de l'ensoleillement ou le non-ensoleillement ;
- sur les rentabilités journalières des titres lors de ces journées.

Le constat est le suivant : les rentabilités des titres semblent bien être affectées positivement par l'impact de l'ensoleillement. Le point de vue de l'analyse comportementale est de considérer que le phénomène est lié au sentiment de « bonne humeur » et donc d'optimisme (rentabilité positive) qui s'en suit. Dans un tel contexte, l'investisseur serait plus enclin à acheter ou à sous-estimer le risque.

SECTION 2. LES « BIAIS » PSYCHOLOGIQUES (OU BIAIS COGNITIFS)

Les biais cognitifs sont dus aux capacités limitées des individus à prendre en compte et à traiter toutes les informations potentiellement disponibles. Ils entraînent des erreurs systématiques, tant et si bien que les jugements s'éloignent des standards et normes acceptés.

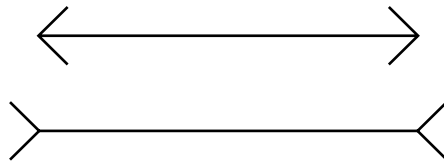
En réalité, quatre grands types de traits psychologiques sont la cause des anomalies de prix par rapport à l'hypothèse de l'efficience des marchés :

- les erreurs cognitives individuelles ;
- les erreurs cognitives collectives ;
- les émotions et passions individuelles ;
- les émotions et hystéries collectives.

Une erreur cognitive est une erreur de compréhension et de raisonnement.

EXEMPLE CLASSIQUE D'ERREUR COGNITIVE

Nous vous proposons un test, auquel le lecteur pourra s'essayer en toute objectivité. Deux segments sont dessinés (voir *infra*).

**De ces deux segments, lequel est le plus long ?**

Bon nombre d'individus qui se prêtent à l'expérience (peut-être vous aussi ?) ont affirmé que le deuxième segment était plus long que le premier... Illusion d'optique et erreur cognitive... Voilà un exemple de choix et décisions faussées ici par notre perception visuelle, ou des erreurs cognitives. Ces erreurs cognitives sont appelées des biais de raisonnement ou de comportement.

Quelles sont les origines de ces biais comportementaux ?

La psychologie en distingue plusieurs :

- l'excès de confiance ;
- les règles simplifiées de raisonnement (heuristiques).

SECTION 3. L'IRRATIONALITÉ DES INDIVIDUS OU LES HEURISTIQUES

« Contrairement à ce que suppose la théorie financière classique, les comportements des investisseurs ne sont pas entièrement rationnels...

En pratique les gérants tendent en effet à vendre les valeurs qui surperforment dans leur fonds, au risque de céder trop tôt, et à s'accrocher à des titres en baisse. Or ces travers psychologiques s'avèrent souvent assez coûteux en termes de performances. »

R. Di Mascio, Conseil auprès de fonds de pension basé sur l'analyse comportementale.

Les individus sont-ils tous rationnels ?

Les travaux des psychologues mettent en évidence un phénomène selon lequel les individus, lorsqu'ils sont confrontés à plusieurs choix, opèrent ces choix de manière biaisée en retenant des règles simplifiées de raisonnement, règles appelées « heuristiques ».

L'application de ces règles aboutit à des comportements anormaux, des déviations, par rapport aux comportements prévus par la théorie des probabilités.

Ainsi, face à un certain nombre de choix, l'utilisation des heuristiques amène les individus à des comportements qui s'éloignent de la norme telle que prévue par la rationalité.

SECTION 4. LES LIMITES DE L'ARBITRAGE

L'opération d'arbitrage consiste à « profiter » d'un écart de cours sur un actif donné.

Exercice 23**ÉNONCÉ**

Si une action est cotée sur le marché européen 300 €, et qu'au même instant cette action venait à être cotée aux États-Unis 304 €, il apparaît un écart de cotation qui peut provenir des conditions de cotation spécifique à chaque place (offre et demande).

TRAVAIL À FAIRE

Décrivez en quoi va consister une opération d'arbitrage.

CORRIGÉ

L'arbitrage va consister à :

- acheter le titre sur le marché européen (à des quantités plus ou moins importantes) ;
- vendre le même titre sur le marché américain (avec des quantités identiques).

Les conséquences de cette opération sont profitables pour l'opérateur (l'arbitragiste) qui réalise un gain de 4 € par titre (304 – 300).

Les opérations d'arbitrage permettent de ramener les prix, temporairement anormaux, vers des niveaux de prix identiques.

Ainsi, si tous les investisseurs rationnels procédaient de la sorte, l'excès d'offre sur le titre (coté sur le marché américain dans notre exemple) ferait baisser son prix, tandis qu'inversement le supplément de demande sur l'autre titre (dans notre exemple, celui coté sur le marché européen) va provoquer sa hausse.

L'arbitrage permet donc de ramener les titres à leur vraie valeur, ce d'autant plus que le marché est plus efficient.

Nous voyons donc que, sur un marché parfaitement efficient, tous les titres de même risque doivent avoir les mêmes prix. À l'extrême, un marché parfait est un marché sur lequel il n'y a aucune opportunité d'arbitrage.

Très vite les limites de l'arbitrage apparaissent :

- en période de « bulle spéculative », lorsque toutes les valeurs sont manifestement surévaluées, il n'y a pas de valeurs qui puissent se prêter à l'arbitrage sans risque ;
- une vente à découvert de titres manifestement surévalués peut générer des pertes importantes si la baisse ne se produit pas, le vendeur est tenu de « racheter » sa position initialement vendeuse ;
- ce même vendeur pourra décider de reporter sa position vendeuse (mécanisme classique sur les marchés à terme), mais alors l'opérateur est soumis aux nombreux frais de prorogation, tant que la position n'est pas dénouée. Sans aucune garantie que le dénouement se fasse dans le sens souhaité (rachat avec profit pour une position vendeuse).

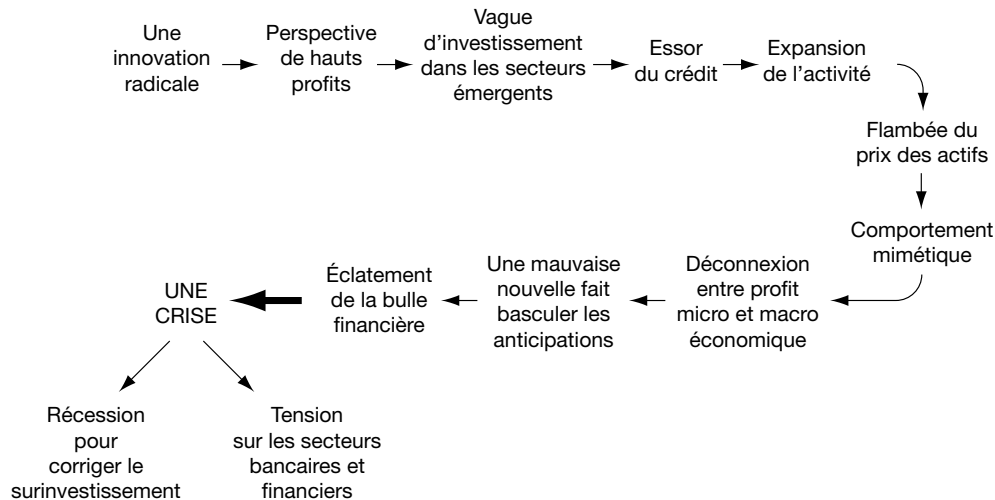
SECTION 5. LES BULLES SPÉCULATIVES

Une bulle spéculative est constituée par des cours d'un actif (actions, actifs immobiliers, métaux, produits agricoles...) qui s'emballent, et les cours de l'actif dévient de manière excessive de la valeur réelle ou intrinsèque de l'actif.

Puis la bulle se dégonfle d'elle-même, de façon plus ou moins violente ; les cours de l'actif reviennent à des niveaux de prix proches des prix initiaux (du début de la bulle spéculative). Les investisseurs subissent d'énormes pertes ou « manque à gagner ».

Le scénario correspond assez bien à celui décrit par Kindelberger dans le classique *Manias, Panics and Crashes* (1978), du moins dans sa phase financière : phénomène de mode (chemin de fer au XIX^e siècle, immobilier au Japon), diffusion de la manie spéculative dans l'ensemble de l'économie, autorités qui jettent de l'huile sur le feu en injectant des liquidités trop abondantes dans l'économie (le relâchement de la politique monétaire gonfle le prix des actifs), rationalisation de la fièvre spéculative (« nouvelle économie » aux États-Unis à la fin des années 1990, « modèle japonais » 10 ans plus tôt) ; on s'endette pour spéculer, les filouteries constituent les prodromes de la crise, puis surviennent le krach, le *credit crunch* et, si le prêteur en dernier ressort ne joue pas son rôle, la dépression.

Le mécanisme d'émergence et d'éclatement des bulles financières : une synthèse

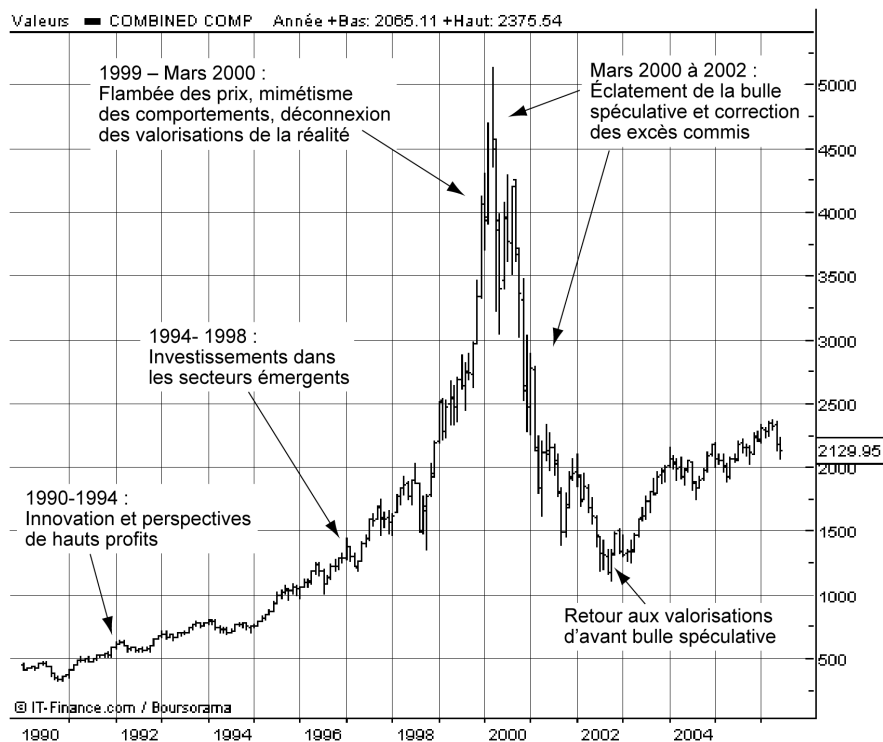


La mécanique des bulles spéculatives est souvent de même nature, quels que soient les périodes, les actifs concernés, leur initiation et leur fin.

Prenons l'exemple de la représentation graphique de l'évolution de l'indice américain Nasdaq, qui regroupait les principales valeurs technologiques entre 1990 et 2005.

Plusieurs périodes sont caractéristiques de cette « bulle spéculative » :

- **Période de 1990 à 1994** : Innovation radicale et perspective de hauts profits.
- **Période de 1994 à 1998** : Vagues d'investissements dans les secteurs émergents – Essor du crédit – Expansion de l'activité.
- **Période de 1999 à mars 2000** : Flambée des prix des actifs – Comportement mimétique – Déconnexion entre les profits micro et macroéconomique.
- **Période de mars 2000 à 2002** : Une mauvaise nouvelle (ou un événement) fait basculer les anticipations – Éclatement de la bulle financière – Récession pour corriger les excès.



Au final, les cours reviennent à leur niveau initial (d'avant la bulle spéculative).

Ce comportement « anormal » des cours d'un actif (mimétisme, excès, flambée des prix...) est-il bien conforme à la théorie de la rationalité des individus ?

Les partisans de chaque camp (théorie classique et comportementale) s'affrontent et continuent de le faire, entre arguments rationnels (anticipations, explications économiques) et « exubérance irrationnelle »...

SECTION 6. LES KRACHS BOURSIERS

Un **krach** (se prononce « crac ») est un effondrement brutal des valorisations d'une classe d'actifs, comme par exemple les cours sur un **marché financier** à la suite d'un afflux massif d'ordres de vente. Un krach intervient souvent suite au « dégonflement » d'une **bulle spéculative**, comme cela est survenu en 2000 avec la **bulle Internet**.

Faisant généralement référence à la Bourse, à l'inverse de **crise économique**, dont la portée est beaucoup plus large, l'expression **krach boursier** semble être un **pléonasme** ; toutefois, il est aussi fréquent d'évoquer le terme **krach** pour désigner une baisse brutale sur d'autres marchés : krach obligataire, krach immobilier, etc.

Les krachs boursiers s'intègrent très souvent dans le cadre des bulles spéculatives telles que nous les avons développées précédemment. Il s'agit de la phase de baisse plus ou moins violente, qui ramène les cours de l'actif à ses niveaux initiaux.

De manière courante, on assimile les krachs boursiers à des baisses profondes, qui peuvent s'étaler dans le temps.

C'est avec ces quelques mots que l'on peut résumer la hantise de bon nombre d'investisseurs institutionnels et particuliers : le krach boursier. L'investissement en Bourse est loin d'être un investissement dénué de tout risque. Le krach boursier est l'un de ces risques, sans doute l'un des plus dévastateurs.

Il existe deux types de krachs :

- **Le krach classique** : spectaculaire, il correspond à une forte chute des cours sur une ou plusieurs journées. La baisse est très brutale et il sera très difficile pour un investisseur de se désengager du marché lors d'un tel krach, le nombre de vendeurs dépassant largement le nombre d'acheteurs.
- **Le krach dit larvé** : la deuxième forme que peut revêtir un krach boursier est le krach larvé. Il a des conséquences identiques au krach classique en termes de baisse, mais la période de cette chute est plus étendue dans le temps, plusieurs semaines ou mois. Le krach est là, chaque jour un peu plus, mais les investisseurs hésitent à lui donner ce nom tant la baisse est régulière. Un krach larvé peut donc causer des moins-values plus importantes car le choc psychologique de la baisse soudaine n'existe pas, et bon nombre d'investisseurs pensent que le marché pourra reprendre sa hausse.

À noter que certaines personnes n'hésitent pas à parler de « **krach haussier** » pour parler de hausse importante et rapide de prix d'un actif. Cette expression n'est pas néanmoins l'expression la plus courante.

Les krachs existent depuis les premiers échanges commerciaux. À partir du moment où un prix fixait la valeur d'un titre, d'une matière première (or, blé, etc.) ou d'une devise, il était naturel que des déséquilibres entre l'offre et la demande se créent.

Parmi les principaux krachs de l'histoire, certains ont marqué la mémoire collective :

- **La Tulipomania** : au début du XVII^e siècle, les investisseurs s'étaient pris d'un véritable « *amour* » pour les bulbes de tulipes. Ces bulbes étaient échangés à l'unité tellement leurs prix étaient importants.
- **Le Jeudi noir de 1929** : sûrement le krach le plus retentissant de la période moderne. Les cours de titres dans le monde entier s'effondrent entraînant avec eux l'économie mondiale. Cette récession économique a servi de catalyseur aux thèses nationalistes du régime fasciste en Allemagne.

- **Krach de 1987** : plusieurs années de croissance ininterrompue, des mégafusions, des montages financiers de plus en plus complexes... et un krach boursier.
- **Le krach russe** : la chute du mur de Berlin a montré les difficultés dans lesquelles la Russie et l'Asie étaient plongées. En 1998, l'Asie subit un krach boursier dont les déclencheurs ont sans nul doute été un endettement massif et des problèmes de remboursement.
- **L'e-krach** : 2000, explosion de la bulle spéculative des valeurs Internet. Internet revient à la triste réalité des choses : on ne peut investir plusieurs dizaines de milliards de dollars dans des sociétés générant autant de pertes. On pourra se reporter pour une analyse détaillée et historique de cet e-krach, sur l'analyse de l'indice américain du Nasdaq que nous avons réalisée précédemment.

Le krach est toujours excessivement mal perçu par les investisseurs car il a été par le passé synonyme, pour beaucoup, de ruine voire de suicides pour certains. Mais le krach reste toutefois indissociable d'une économie de marché. Il existera toujours des exubérances à la hausse, le krach ne fait que corriger ces exubérances de façon certes brutale mais efficace.

Le krach agit comme un agent nettoyant. Il permet de trier le bon grain de l'ivraie, les blue chips des entreprises moins rentables. Ce proverbe est d'autant plus vrai dans le climat actuel d'extrême volatilité des marchés boursiers.

De manière plus générale, les krachs sont symptomatiques de crises survenant après une période d'excès et la finance comportementale y voit la traduction de toute activité humaine :

- la joie, l'espoir, l'enthousiasme, l'euphorie... ;
- la peur, la crainte, la dépression...

TITRE 4. LA VALEUR ET LES OPTIONS

Le concept d'option est connu depuis au moins le commerce hollandais des tulipes au ^{xiv}^e siècle et a été à l'origine du premier marché à terme de l'histoire et par voie de conséquence des options.

Le premier marché organisé d'options a été inauguré en avril 1973 à Chicago. Il s'agissait du Chicago Board Option Exchange, plus connu sous l'appellation CBOE. Il y avait alors inscrit à sa cote que sept options et uniquement d'achat. Quatre ans plus tard, la première option de vente était cotée !

CHAPITRE 1. DÉFINITION D'UNE OPTION

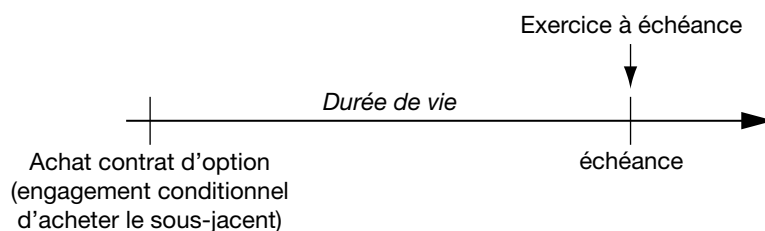
Définition

Une **option** est un contrat transférable qui confère à son détenteur le droit d'acheter ou de vendre un élément d'actif spécifique à un prix donné durant une durée précise (option à l'américaine) ou à une date donnée (option à l'européenne).

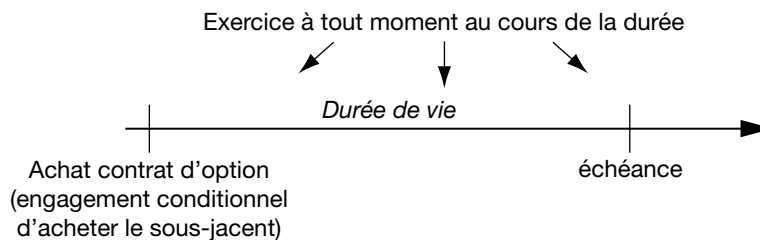
On distingue deux types d'options, selon que l'exercice par l'acheteur de l'option :

- se fait uniquement à l'échéance, on parle d'option de type européen ;
- se fait à tout moment, jusqu'à l'échéance, on parle alors d'option de type américain.

Options de type européen



Options de type américain

**SECTION 1. L'OPTION D'ACHAT (CALL)****I. ACHAT D'UN CALL**

Une option d'achat est un produit financier (produit dérivé) donnant le droit (et non l'obligation) d'acheter avant une date donnée (échéance) un actif (sous-jacent ou support) à un prix convenu d'avance (prix d'exercice ou *strike*).

Il s'agit d'un contrat à terme conditionnel, par lequel l'acheteur se donne la possibilité, moyennant le paiement d'une prime (premium), d'acheter le sous-jacent avant une échéance donnée.

II. VENTE D'UN CALL

Le vendeur d'un call a, lui, l'obligation de livrer le sous-jacent, si l'acheteur lève (ou exerce) l'option d'achat. L'achat de call peut rentrer dans le cadre d'une simple stratégie :

- de spéculation ;
- de couverture financière.

SECTION 2. L'OPTION DE VENTE (PUT)**I. ACHAT D'UN PUT**

Une option de vente est un produit financier (produit dérivé) donnant le droit (et non l'obligation) de vendre avant une date donnée (échéance) un actif (sous-jacent ou support) à un prix convenu d'avance (prix d'exercice ou *strike*).

Il s'agit d'un contrat à terme conditionnel, par lequel l'acheteur se donne la possibilité, moyennant le paiement d'une prime (premium), de vendre le sous-jacent avant une échéance donnée.

II. VENTE D'UN PUT

Le vendeur du put a, lui, l'obligation d'acheter le sous-jacent au prix fixé d'avance, si l'acheteur du put lève (ou exerce) son option.

CHAPITRE 2. CARACTÉRISTIQUES DE L'OPTION

SECTION 1. LE PRIX D'EXERCICE (STRIKE)

Les principes réglementant la fixation des prix d'exercice par les autorités de marché sont identiques partout. Seuls peuvent différer les détails techniques (l'écart de prix d'exercice, le nombre de prix d'exercice...). Rappelons que le prix d'exercice est le prix auquel le contrat sera exécuté.

L'acheteur d'un call pourra exercer son option, et donc se faire livrer le sous-jacent au prix convenu d'avance (le prix d'exercice).

L'acheteur d'un put, s'il exerce son option, pourra livrer son sous-jacent au prix fixé d'avance.

SECTION 2. NATURE DU SOUS-JACENT

Le sous-jacent, appelé aussi support, peut être représenté par :

- des monnaies (euro/dollar, dollar/yen...);
- des actions (européennes, américaines, asiatiques...);
- des indices financiers (indice CAC 40, SP 500, Nasdaq 100...);
- des taux (Tbonds, Euribor, Bunds...);
- des matières premières (pétrole, cuivre, or, blé, soja...).

Le principe d'une option est de prévoir à une échéance la livraison du sous-jacent, ce qui nécessite une définition précise :

- de ce qui peut être livré ;
- dans quel délai ;
- dans quel lieu ;
- sous quelle forme.

Pourtant certains sous-jacents ne feront pas l'objet d'une livraison réelle, dans la mesure où ces sous-jacents sont « immatériels », et feront l'objet d'une livraison en équivalent numéraire.

C'est ce qui différencie :

- le *physical settlement* (livraison physique) ;
- le *cash settlement* (livraison en numéraires).

SECTION 3. VALEUR D'UNE OPTION

I. VALEUR INTRINSÈQUE

La valeur d'une option est la somme des deux valeurs :

$$\text{Valeur d'une option} = \text{Valeur temps (VT)} + \text{Valeur intrinsèque (VI)}$$

La valeur intrinsèque correspond au profit immédiat que réaliserait l'acheteur s'il exerce immédiatement l'option.

Ainsi, pour une option d'achat « dans la monnaie » ($K < S$), si l'acheteur exerçait son option, il réaliserait un profit immédiat de $(S - K)$, avec :

K : prix d'exercice ;

S : cours du sous-jacent.

Dans les autres cas, l'exercice immédiat de l'option d'achat n'entraîne aucun profit immédiat, donc la valeur intrinsèque de l'option est nulle.

II. VALEUR TEMPS

La valeur temps apparaît comme la différence entre :

- la prime payée pour l'option négociable, et qui correspond à la somme payée par l'opérateur ;
- la valeur intrinsèque déterminée comme étudiée précédemment.

$$\text{Valeur temps d'une option} = \text{Prime de l'option} - \text{Valeur intrinsèque (VI)}$$

Exercice 24

ÉNONCÉ

Achat d'un call (moyennant une prime de 15 €) avec un prix d'exercice de 120 €. Le cours du sous-jacent peut s'établir à 130 €, 120 € et 110 €.

TRAVAIL À FAIRE

Calculez, pour chaque cas, la valeur intrinsèque et la valeur temps.

CORRIGÉ

	Valeur intrinsèque (VI)	Valeur temps (VT)
1 ^{er} cas (S = 130 €)	$130 - 120 = 10 \text{ €}$	$15 - 10 = 5 \text{ €}$
2 ^e cas (S = 120 €)	$120 - 120 = 0,00 \text{ €}$	$15 - 0 = 15 \text{ €}$
3 ^e cas (S = 110 €)	Néant (soit 0,00 €)	$15 - 0 = 15 \text{ €}$

Si $S > K$,
Valeur intrinsèque =
Cours du sous-jacent – Prix d'exercice
Si $S < K$ alors VI = 0

La valeur temps se détermine
par la différence entre :
– la prime de l'option
– et la valeur intrinsèque.

Toutes choses égales par ailleurs, la valeur temps diminue au fur et à mesure que l'on se rapproche de la date ; d'échéance elle est destinée à rémunérer le risque lié au temps.

Un paramètre permet la mesure de la valeur du temps qui passe : c'est l'indicateur sous forme de lettre grecque (thêta) ou θ . Il fera l'objet d'une étude plus approfondie ultérieurement.

Exercice 25

ÉNONCÉ

Achat d'un put (prime de 18 €) avec un prix d'exercice de 100 €. Le cours du sous-jacent peut s'établir à 130 €, 100 € et 90 €.

TRAVAIL À FAIRE

Calculez, pour chaque cas, la valeur intrinsèque et la valeur temps.

CORRIGÉ

	Valeur intrinsèque (VI)	Valeur temps (VT)
1 ^{er} cas (S = 130 €)	$100 - 130 = \text{Néant}$	$18 - 0 = 18 \text{ €}$
2 ^e cas (S = 100 €)	$100 - 100 = 0,00 \text{ €}$	$18 - 0 = 18 \text{ €}$
3 ^e cas (S = 90 €)	$100 - 90 = 10 \text{ €}$	$18 - 10 = 8 \text{ €}$

Si $S < K$
Valeur intrinsèque = Cours du sous-jacent
– Prix d'exercice

La valeur temps se détermine par la
différence entre :
– la prime de l'option
– et la valeur intrinsèque.

On peut donc généraliser la relation tirée de ces exercices.

Pour une option d'achat

Chaque fois que celle-ci est « dans la monnaie », la prime de l'option se décompose en valeur intrinsèque et une valeur temps. Pour les autres cas (en dehors de la monnaie ou à la monnaie), la prime de l'option se décompose uniquement en valeur temps.

Pour une option de vente

Chaque fois que celle-ci est « dans la monnaie », la prime de l'option se décompose en valeur intrinsèque et une valeur temps. Et pour les autres cas (en dehors de la monnaie ou à la monnaie), la prime de l'option se décompose uniquement en valeur temps.

Pour donner une « image » un peu caricaturale de ces deux notions, nous pourrions dire :

- que la valeur temps (VT) est le prix de l'espoir qui est vendu à l'acheteur pour voir se réaliser le mouvement anticipé ;
- que la valeur intrinsèque est la véritable valeur de l'option par rapport au prix du sous-jacent.

Mais la valeur d'une option (prime) est très souvent supérieure à sa valeur intrinsèque (qui constitue un minimum), car le vendeur y intègre des facteurs :

- comme le temps s'écoulant entre la date d'achat et son échéance ;
- le risque pris sur les variations du sous-jacent (volatilité).

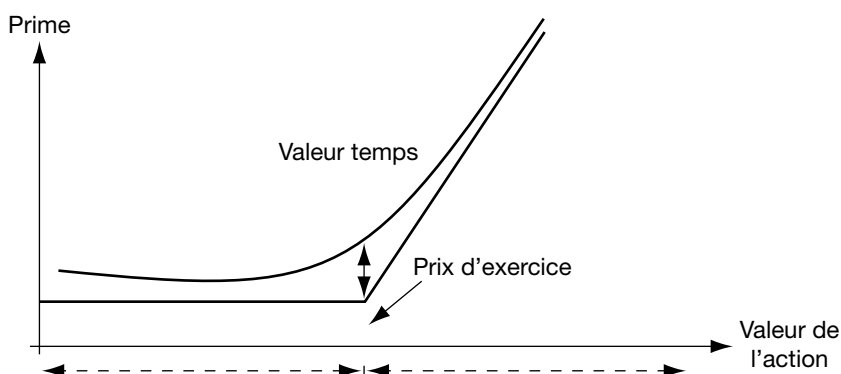
Il existe d'autres facteurs susceptibles d'être pris en compte (niveau des taux d'intérêt, distribution de dividendes...).

Si l'on représente l'évolution de la valeur temps, en fonction de la valeur du sous-jacent, pour une option d'achat, selon que l'option soit :

- dans la monnaie (IN) ;
- à la monnaie (AT) ;
- en dehors de la monnaie (OUT).

Le graphe est le suivant :

Évolution de la valeur temps et de l'action
« option d'achat »

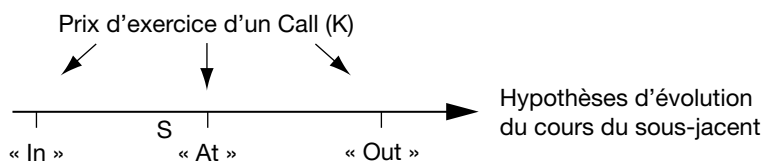


« En dehors de la monnaie » « At » « Dans la monnaie »

Plus le prix d'exercice s'écarte de la valeur du sous-jacent, plus la valeur temps est faible, car les probabilités que l'option puisse être exercée sont faibles.

À l'inverse, plus le prix d'exercice est proche du cours du sous-jacent, plus l'option a de chance d'être exercée et plus la valeur temps de la prime est importante.

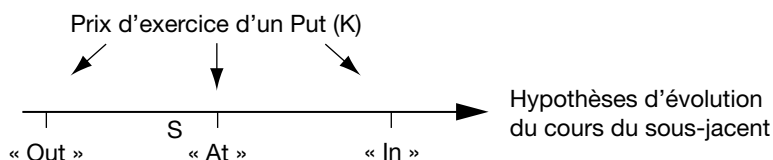
SECTION 4. POSITION DU COURS DU SOUS-JACENT PAR RAPPORT AU PRIX D'EXERCICE



Si le prix d'exercice (K) est égal au cours du sous-jacent (S), l'option d'achat est dite « **à la monnaie** » (at the money).

Si le prix d'exercice (K) est supérieur au cours du sous-jacent (S), l'option d'achat est dite « **en dehors de la monnaie** » (out of the money).

Si le prix d'exercice (K) est inférieur au cours du sous-jacent (S), l'option d'achat est dite « **dans la monnaie** » (in the money).



Si le prix d'exercice (K) est égal au cours du sous-jacent (S), l'option de vente est dite « **à la monnaie** » (at the money).

Si le prix d'exercice (K) est supérieur au cours du sous-jacent (S), l'option de vente est dite « **dans la monnaie** » (in the money).

Si le prix d'exercice (K) est inférieur au cours du sous-jacent (S), l'option de vente est dite « **en dehors de la monnaie** » (out of the money).

L'analyse du prix d'exercice (K) par rapport au prix du sous-jacent permet notamment :

- de sélectionner le prix d'exercice en fonction de la stratégie adoptée ;
- de déterminer précisément la valeur intrinsèque et valeur temps ;
- d'évaluer l'impact de certains indicateurs (delta) sur la prime.

CHAPITRE 3. LES DÉTERMINANTS DE LA VALEUR D'UNE PRIME D'OPTION NÉGOCIABLE

SECTION 1. LES DÉTERMINANTS ENDOGÈNES DE LA VALEUR D'UNE PRIME D'OPTION NÉGOCIABLE

I. LE PRIX D'EXERCICE (K)

Le prix d'exercice est aussi appelé **strike price**.

Sur les marchés organisés des options, les prix d'exercice sont en principe fixés par les autorités réglementaires. Ils tiennent compte de la valeur du sous-jacent actuel, et d'une variation possible dans le futur de ce même sous-jacent.

Si cette variation devenait extrême (ex. : forte baisse lors d'un krach, ou forte hausse), une nouvelle échelle de prix d'exercice serait mise en place afin d'assurer aux intervenants la même latitude dans leur choix.

II. DURÉE DE VIE

L'option est par définition un produit dérivé. Comme tout produit dérivé, elle a une durée de vie, limitée à son échéance, plus ou moins lointaine.

Ainsi, il n'est pas rare de voir des options avoir des échéances à quelques jours, quelques semaines, quelques mois, et même quelques années.

La durée de vie peut être définie comme étant la durée restant à courir entre :

- la date actuelle (date de création ou date d'achat) ;
- son échéance (fixée dès la création de l'option).

L'option reste « vivante » tant que son échéance subsiste, sauf si cette option devait être exercée par l'acheteur avant son échéance (cas unique des options de type américain).

La revente ultérieure de l'option n'a pas d'incidence réelle sur sa durée de vie, quelle que soit l'option (de type européen, ou américain).

Il est facile d'imaginer que pour le même type d'option :

- plus la durée de vie est longue, plus le vendeur de l'option exigera une rémunération importante, en contrepartie du risque pris de se voir exercer par l'acheteur de l'option ;
- plus la durée de vie est courte, plus le vendeur aura un risque atténué de se voir exercer par l'acheteur de l'option.

La notion de durée de vie introduit la notion de valeur temps de toute option.

SECTION 2. LES DÉTERMINANTS EXOGÈNES DE LA VALEUR D'UNE PRIME D'OPTION NÉGOCIABLE

I. VOLATILITÉ DU SOUS-JACENT

La volatilité se traduit par des variations plus ou moins importantes de l'actif sous-jacent.

Plus un actif sous-jacent est volatil, plus le risque apparaît élevé (les cours subissent des variations plus brusques).

Inversement, un actif sous-jacent peu volatil signifie que le sous-jacent ne subit que très peu de variations de cours. L'actif apparaît peu risqué.

Un opérateur exigera une rémunération supplémentaire, en fonction du risque supplémentaire lié à tel ou tel actif sous-jacent. Ce supplément de rémunération se traduira par des primes plus élevées pour des actifs volatils.

On distingue généralement deux types de volatilité :

- la volatilité historique ;
- la volatilité implicite.

La **volatilité historique** peut s'estimer par un indicateur statistique, (l'écart type) :

$$\sigma = \sqrt{\sum_{t=1}^n \frac{(r_t - \bar{r})^2}{n}}$$

Avec :

- \bar{r} : moyenne des rendements de l'actif ;
- r_t : rendement de l'actif sous-jacent à un moment (t) ;
- n : nombre d'observations.

Cette volatilité historique présente un certain nombre de caractéristiques :

- Elle peut se calculer assez facilement à partir d'un certain nombre d'observations.
- Elle peut être utilisée à des fins prévisionnelles, si les conditions de son calcul sont stables.

Mais elle présente des inconvénients, qui font qu'elle est peu utilisée dans l'appréciation de la volatilité des options :

- dans la mesure où les mouvements de prix du sous-jacent ne sont pas stables dans le temps ;
- dans la mesure où l'échantillon retenu pour le calcul de l'indicateur statistique peut plus ou moins être représentatif.

Dans l'étude de l'évaluation des options, il est donc fait plutôt référence à la **volatilité implicite**. Cette dernière est fonction des anticipations des intervenants sur le marché.

N'étant pas directement et statistiquement mesurables, comme peut l'être la volatilité historique, plusieurs méthodes de détermination peuvent être envisagées :

- une méthode approximative à partir de la volatilité historique +/- corrections ;
- une méthode à partir de modèles d'évaluation complexes et faisant apparaître de nombreuses variables (modèles Black et Scholes, loi binomiale).

II. LE TAUX D'INTÉRÊT SANS RISQUE

Le **taux de l'argent sans risque** correspond au **taux d'intérêt** d'un placement sûr. Ce type de placement ne présente pratiquement aucun risque de défaut de la part de l'émetteur. Il se caractérise par une rentabilité certaine.

Le niveau des taux d'intérêt sans risque dépendra du caractère court terme ou long terme de son échéance. On prend généralement comme référence le taux des emprunts d'État (obligations assimilables du Trésor) pour des échéances à 10 ans.

III. COURS DU SOUS-JACENT (S)

Le niveau du cours du sous-jacent fait l'objet d'une attention particulière des opérateurs et des autorités de marché. Dans la mesure où celui-ci est le déterminant de la fixation des prix d'exercice lors de la création des classes d'options (*voir supra*), de la valorisation future des options émises, et des conditions d'exercice des options.

Soit un intervenant achète un call de prix d'exercice 100 €, avec un cours du sous-jacent au moment de l'opération de 110 €.

La valeur (sur le marché boursier) de son call augmentera, si le cours du sous-jacent croît par exemple à 130 €. Toutes choses égales par ailleurs.

Le cours du sous-jacent est donc un paramètre important, qui doit faire l'objet d'un suivi régulier dans la gestion des positions sur options.

Ainsi la hausse de volatilité (implicite) du sous-jacent devrait se répercuter (à la hausse) sur les prix des options :

- Entre deux actifs sous-jacents celui qui présentera une volatilité plus élevée, donc un risque plus important, va entraîner une prime plus importante.
- De même pour un même actif sous-jacent, si la volatilité varie fortement au cours d'une période, ces variations entraîneront une majoration de la valeur des primes.

Tableau des critères et leurs incidences sur les primes

Critères déterminants	Option d'achat (call)	Option de vente (put)
Volatilité du sous-jacent	hausse	hausse
Cours du sous-jacent	hausse	baisse
Taux d'intérêt sans risque	hausse	hausse
Durée de vie	hausse	hausse
Prix d'exercice (strike)	baisse	hausse

CHAPITRE 4. LES LETTRES GRECQUES

SECTION 1. SENSIBILITÉ AU PASSAGE DU TEMPS (THÊTA)

Comme nous l'avons vu en étudiant la notion de durée de vie, plus le temps passe, plus la valeur de la prime diminue. Les autres facteurs intervenant dans la détermination de la prime d'une option (volatilité, cours du sous-jacent...) sont supposés être fixes (toutes choses égales par ailleurs).

Il peut donc être utile de calculer les variations de la prime de l'option par rapport aux variations du temps.

Mathématiquement, le thêta peut être calculé par la dérivée première de la valeur de la prime par rapport au temps :

$$\theta = \frac{d_p}{d_t}$$

Avec d_p , la variation de la prime par rapport à une variation d'une unité de temps (d_t).

Selon que l'on soit acheteur ou vendeur de l'option, le signe arithmétique du thêta sera négatif ou positif.

L'acheteur verra la valeur de son option diminuée au fur et à mesure que le temps s'écoule, le thêta est donc négatif dans ce cas.

Le vendeur verra sa position devenir gagnante au fur et à mesure que le temps s'écoule (n'oublions pas que le vendeur a vendu de « l'espoir » ou du temps... !), et donc le thêta aura un signe positif jusqu'à l'échéance finale de l'option.

Plus l'option sera proche de l'échéance, et proche du cours du sous-jacent (à la monnaie), plus la valeur du thêta sera maximale. Autrement dit, l'écoulement du temps aura une incidence maximale sur la valeur de la prime dans cette configuration.

Inversement, la valeur temps étant moins élevée dans les cas d'une option en dehors ou en dedans de la monnaie, le thêta sera moins élevé.

Exercice 26

ÉNONCÉ

Si un opérateur détient un portefeuille d'options sur un contrat de taux de nominal 500 000 €, dont le thêta est de - 0,8 € pour un nominal de 100 €.

TRAVAIL À FAIRE

Quelle est la baisse de valeur du portefeuille toutes choses égales par ailleurs, entre aujourd'hui et demain... ?

CORRIGÉ

Si tous les paramètres (cours du sous-jacent, volatilité...) restent constants la valeur du portefeuille décroît de : $0,8 \times 500\,000/100 = 4\,000$ €.

SECTION 2. SENSIBILITÉ À L'ÉVOLUTION DU COURS DU SOUS-JACENT (DELTA)

Le calcul du delta revient à se poser la question suivante :

De combien va varier la prime de l'option pour une variation du prix du sous-jacent... ?

Mathématiquement, cela s'exprime par la dérivée première de la valeur de la prime par rapport au prix du sous-jacent :

$$\Delta = \frac{d_p}{d_s}$$

Le delta mesure la sensibilité du prix de l'option par rapport au prix de l'actif sous-jacent. La valeur du delta est comprise entre - 1 et + 1.

Ainsi le delta sera négatif, lorsque la position en options sera perdante, si la valeur du sous-jacent augmente (ex. : Achat d'une option de vente).

Dans le cas contraire (delta positif), la position sera de plus en plus gagnante, si la valeur de du sous-jacent augmente (ex. : achat d'une option d'achat).

Options	Valeur courante du delta	Évolution du delta dans le temps
Dans la monnaie (IN)	[0,5, 1]	Baisse du delta
À la monnaie (AT)	[0,50, 0,55]	Peu d'incidence
En dehors de la monnaie (OUT)	[0, 0,5]	Hausse du delta

Il s'agit de valeurs constatées du delta (toutes choses égales par ailleurs). Les options (IN) verront leur delta tendre vers 1, et les options (OUT) tendre vers 0, en se rapprochant de leurs échéances respectives.

En supposant tous les autres paramètres (volatilité, prix du sous-jacent...) fixes, le delta tend à s'éloigner de la valeur 0,5 avec le temps. Sauf pour les options à la monnaie (AT), pour lesquelles il y a stabilité du delta.

Le paramètre delta étant d'une importance primordiale dans la gestion des positions en options, il fait l'objet :

- d'une étude particulière par les analystes ;
- de stratégies développées (gestion en delta neutre...).

Exercice 27

ÉNONCÉ

Un portefeuille d'options sur l'action Zintec a un delta de 2,8 (pour une action).

TRAVAIL À FAIRE

Quelle sera la variation du portefeuille d'options, si l'action varie de + 1 € ?

CORRIGÉ

Si le cours de l'action Zintec varie de + 1 €, la valeur du portefeuille d'options augmentera de 2,80 €.

SECTION 3. SENSIBILITÉ DU DELTA AUX VARIATIONS DE LA VOLATILITÉ (VÉGA)

Mathématiquement, il est représenté par la dérivée première de la valeur de l'option par rapport à la volatilité :

$$\delta = \frac{d_p}{d_v}$$

Ainsi le calcul du véga revient à se poser la question :

De combien la valeur de l'option variera, si la volatilité croît de 1 %... ?

Le véga peut être positif (pour l'acheteur de l'option d'achat ou de vente) ou négatif (pour le vendeur de l'option).

Plus la volatilité est grande, plus la variation de la prime de l'option sera élevée et inversement. Un opérateur, qui anticipe une volatilité plus importante dans un certain laps de temps, aura intérêt à choisir une option avec un véga élevé.

Il s'agit de prendre comme référence la volatilité implicite.

Parmi les raisons pouvant expliquer la hausse de cette volatilité par exemple d'une action, se trouvent des raisons endogènes (publications de résultats, alertes sur résultats...) ou exogènes (élections, guerres, crises...) au sous-jacent.

INTERPRÉTATION

En supposant que le véga d'un sous-jacent soit de 66,44, l'augmentation de la volatilité de 1 % fera augmenter la valeur de l'option de : $(0,01 \times 66,44) = 0,6644$.

SECTION 4. SENSIBILITÉ AUX VARIATIONS DES TAUX D'INTÉRÊT (RHÔ)

Cet indicateur mesure la sensibilité du prix de l'option par rapport à la variation des taux d'intérêt. Mathématiquement, on peut l'exprimer comme la dérivée première du prix de l'option par rapport au niveau des taux d'intérêt :

$$\delta = \frac{d_p}{d_v}$$

SECTION 5. SENSIBILITÉ À LA DISTRIBUTION DES DIVIDENDES

Les distributions des dividendes entraînent théoriquement une perte de valeur du titre (action).

La perte (théorique) de valeur du titre a pour conséquence une perte corrélative des primes payées sur les calls, et un gain sur les primes payées sur les put. Pourtant, au cours de certaines périodes, il a été montré que la distribution des dividendes n'entraînait pas de perte de valeur du titre.

L'impact des dividendes étant difficile à évaluer, il est fait souvent abstraction de la distribution des dividendes ou bien parfois on considérera sa distribution comme *continue* dans le temps.

Incidence de la variation des cours du sous-jacent sur les paramètres de gestion des positions en option

Paramètres	Hausse des cours	Stabilité des cours	Baisse des cours
Delta	– si delta positif = gain – si delta négatif = perte	Peu d'impact	– si delta positif = perte – si delta négatif = gain
Gamma		Gain	
Thêta	Aucun impact (Temps)	Aucun impact (Temps)	Aucun impact (Temps)
Véga			
Rhô	Aucun impact (Intérêt)	Aucun impact (Intérêt)	Aucun impact (Intérêt)

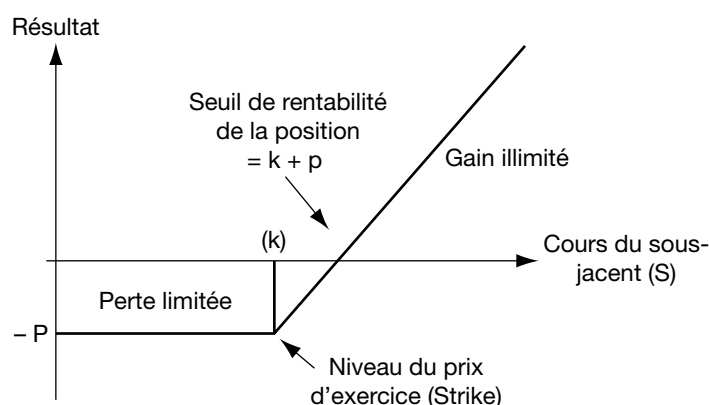
CHAPITRE 5. LES STRATÉGIES D'INTERVENTION SUR OPTIONS NÉGOCIABLES

SECTION 1. POSITIONS SIMPLES SUR OPTIONS

Représentons graphiquement la position simple d'un achat de calls et de puts « nus » avec les caractéristiques suivantes :

- Prime versée (ou premium) = $-P$
- Cours du sous-jacent = S
- Prix d'exercice (ou strike) = k

Représentation graphique de la structure de résultat sur l'achat d'un Call (option d'achat) à l'échéance



COMMENTAIRES

- Si le cours du sous-jacent est inférieur au prix d'exercice (k), l'acheteur de l'option d'achat n'a pas en principe intérêt à exercer son option. Au pire, sa perte maximale est égale au montant de la prime versée ($-P$).
- Dès que le cours du sous-jacent (S) atteint le niveau du prix d'exercice (k), la perte maximale ($S - k - P$) se réduit pour devenir nulle au niveau du seuil de rentabilité de la position.
- Au-delà du seuil de rentabilité ($k + p$), l'acheteur peut exercer son option (ou revendre son option), et le gain est théoriquement illimité...

Exercice 28

ÉNONCÉ

Un investisseur, anticipant une hausse de l'action Zintec, décide d'acheter une option d'achat (call) de prix d'exercice (k) = 180 € ; la prime payée pour le call est de 20 €. La valeur actuelle du sous-jacent est de 170 €.

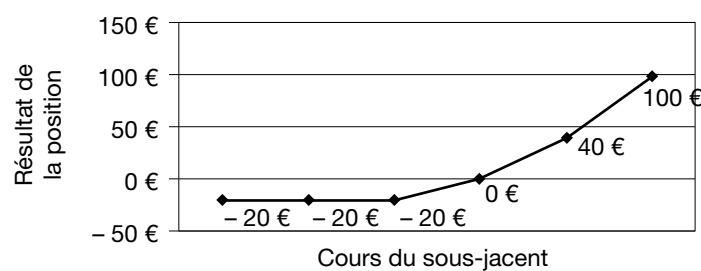
TRAVAIL À FAIRE

En prenant comme hypothèses de variation du cours de l'action entre 100 € et 300 € à échéance, il vous est demandé de :

1. Calculer le résultat global de la position.
2. Représenter graphiquement la position à échéance, en fonction des hypothèses de variation des cours de l'action.
3. Vérifier le niveau du seuil de rentabilité de la position.

CORRIGÉ**1. La matrice des gains et pertes sur la position de l'achat d'un call**

Variation de l'indice	Prime payée	Gain en cas d'exercice	Résultat de la position
100	- 20 €	0,00 €	- 20 €
160	- 20 €	0,00 €	- 20 €
180	- 20 €	0,00 €	- 20 €
200	- 20 €	20 €	0,00 €
240	- 20 €	60 €	40 €
300	- 20 €	120 €	100 €

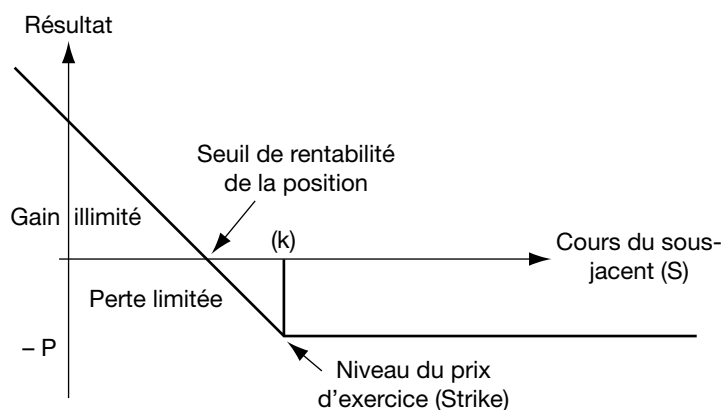
2. La représentation graphique de la position**Achat d'un Call****3. Vérification du seuil de rentabilité**

Le seuil de rentabilité de la stratégie est atteint lorsque le cours du sous-jacent est égal à $(k + P)$ avec k le prix d'exercice (180 €) et la prime $P = 20$ € : le seuil de rentabilité = $180 + 20 = 200$ €.

À ce niveau, on peut vérifier sur le tableau que, lorsque le sous-jacent est égal à 200 €, le résultat est égal à 0 € (voir ligne encadrée du tableau).

Au-delà de 200 €, la position est gagnante.

En deçà, la perte maximale est limitée au montant de la prime payée.

Représentation graphique de la structure de résultat sur l'achat d'un Put (option de vente) à l'échéance

COMMENTAIRES

- Si le cours du sous-jacent est inférieur au prix d'exercice (k), déduction faite de la prime (seuil de rentabilité), l'acheteur de l'option de vente a intérêt à exercer son option (en livrant le sous-jacent) ou revendre son option. Dans ce cas de figure, le gain est théoriquement illimité...
- Si le cours du sous-jacent (S) est compris entre le niveau du prix d'exercice (k) et le seuil de rentabilité ($k - p$), la perte est croissante mais reste limitée au montant de la prime payée (p).
- Au-delà du niveau du prix d'exercice (k), l'acheteur n'a pas intérêt à exercer son option de vente, et il perdra au maximum le montant de la prime payée.

Exercice 29**ÉNONCÉ**

Le même investisseur, anticipant une forte baisse de l'action Zintec, décide d'acheter une option de vente (put) de prix d'exercice (k) = 180 € ; la prime payée pour le put est de 20 €.

La valeur actuelle du sous-jacent est de 170 €.

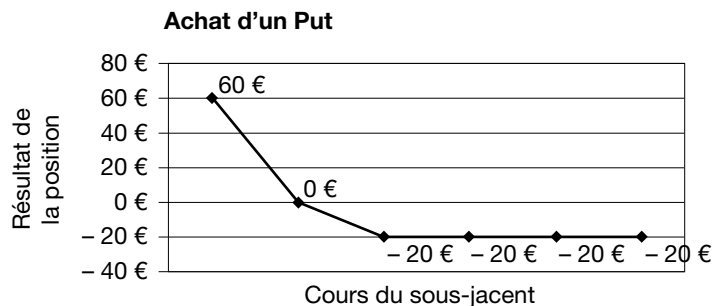
TRAVAIL À FAIRE

En prenant comme hypothèses de variation du cours de l'action entre 100 € et 300 € à échéance, il vous est demandé de :

1. Calculer le résultat global de la position.
2. Représenter graphiquement la position à échéance, en fonction des hypothèses de variation des cours de l'action.
3. Vérifier le niveau du seuil de rentabilité de la position.

CORRIGÉ**1. La matrice des gains et pertes sur la position de l'achat d'un put**

Variation du sous-jacent	Prime payée	Gain en cas d'exercice	Résultat de la position
100	- 20 €	80 €	60 €
160	- 20 €	20 €	0,00 €
180	- 20 €	0,00 €	- 20 €
200	- 20 €	0,00 €	- 20 €
240	- 20 €	0,00 €	- 20 €
300	- 20 €	0,00 €	- 20 €

2. La représentation graphique de la position

3. Vérification du seuil de rentabilité

Le seuil de rentabilité de la stratégie est atteint lorsque le cours du sous-jacent atteint $(k - P)$ avec k le prix d'exercice (180 €) et la prime $P = 20$ € :

Seuil de rentabilité = $180 - 20 = 160$ €

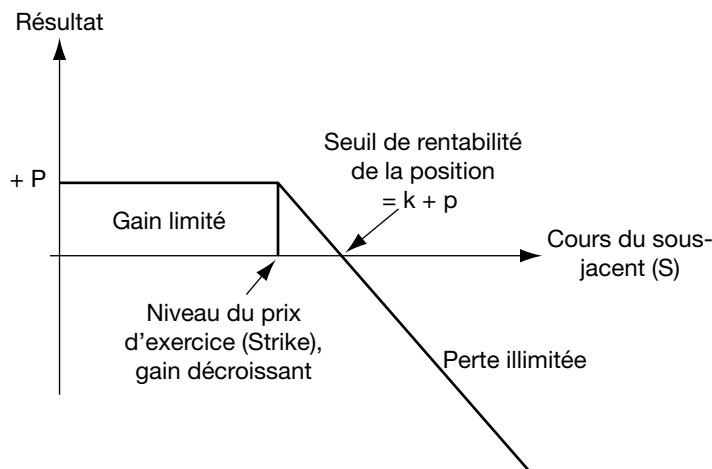
À ce niveau, on peut vérifier sur le tableau que, lorsque le sous-jacent est égal à 160 €, le résultat est égal à 0 € (voir ligne encadrée du tableau).

Au-deçà de 160 €, la position est gagnante.

Au-delà, la perte maximale est limitée au montant de la prime payée.

Vente de call et de put « nus »

Représentation graphique de la structure de résultat sur la vente d'un Call (option d'achat) à l'échéance



COMMENTAIRES

- Si le cours du sous-jacent est inférieur au prix d'exercice (k), l'acheteur de l'option d'achat abandonnera la prime au vendeur. Dans ce cas de figure, le gain est limité au montant de la prime...
- Si le cours du sous-jacent (S) est compris entre le niveau du prix d'exercice (k) et le seuil de rentabilité ($k + p$), le gain est décroissant, jusqu'à devenir nul, au niveau du seuil de rentabilité.
- En deçà du seuil de rentabilité, le vendeur de l'option devrait livrer le sous-jacent à l'acheteur. La perte est théoriquement illimitée pour le vendeur du call.

Exercice 30

ÉNONCÉ

Le même investisseur, souhaitant encaisser des primes sur les options de l'action Zintec, décide de vendre une option d'achat (call) de prix d'exercice (k) = 180 € ; la prime encaissée pour le call est de 20 €. La valeur actuelle du sous-jacent est de 170 €.

TRAVAIL À FAIRE

En prenant comme hypothèses de variation du cours de l'action entre 100 € et 300 € à échéance, il vous est demandé de :

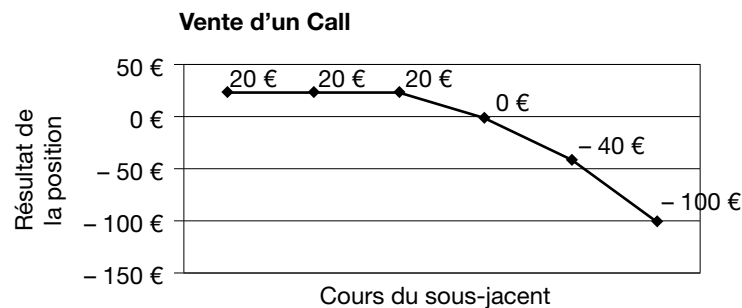
1. Calculer le résultat global de la position.
2. Représenter graphiquement la position à échéance, en fonction des hypothèses de variation des cours de l'action.
3. Vérifier le niveau du seuil de rentabilité de la position.

CORRIGÉ

1. La matrice des gains et pertes sur la position de la vente d'un call

Variation de l'indice	Prime encaissée	Perte en cas d'exercice	Résultat de la position
100	20 €	0 €	20 €
160	20 €	0 €	20 €
180	20 €	0 €	20 €
200	20 €	- 20 €	0 €
240	20 €	- 60 €	- 40 €
300	20 €	- 120 €	- 100 €

2. La représentation graphique de la position



3. Vérification du seuil de rentabilité de la stratégie

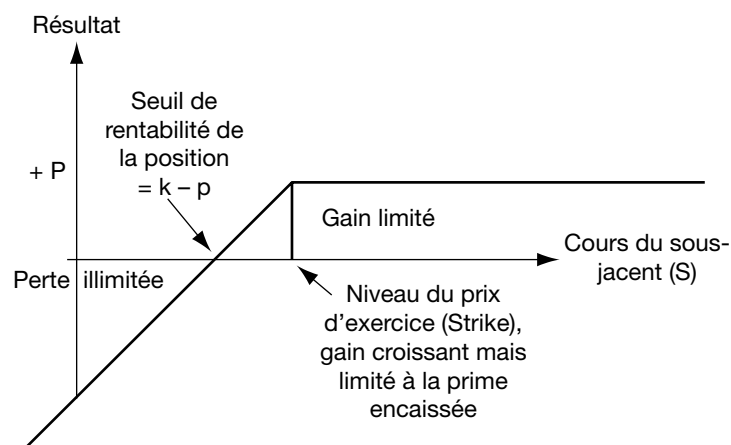
Le seuil de rentabilité de la stratégie est atteint lorsque le cours du sous-jacent est égal à $(k + P)$ avec k le prix d'exercice (180 €) et la prime $P = 20$ € : le seuil de rentabilité = $180 + 20 = 200$ €.

À ce niveau, on peut vérifier sur le tableau, que lorsque le sous-jacent est égal à 200 € le résultat est égal à 0 € (voir ligne encadrée du tableau).

Au-delà de 200 €, la perte est théoriquement illimitée.

En deçà, le gain maximal est limité au montant de la prime encaissée.

Représentation graphique de la structure de résultat sur la vente d'un Put (option de vente) à l'échéance



COMMENTAIRES

- Si le cours du sous-jacent est inférieur au seuil de rentabilité ($k - p$), le vendeur de l'option de vente abandonnera la prime au vendeur. Dans ce cas de figure, la perte est théoriquement illimitée, surtout si le cours du sous-jacent s'effondrait...
- Au-delà du seuil de rentabilité, et jusqu'au niveau du prix d'exercice (k), le gain est croissant, mais reste limité au montant de la prime encaissée.
- En deçà du prix d'exercice, l'acheteur de l'option de vente devrait abandonner sa prime au bénéfice du vendeur. Pour ce dernier, le gain maximal est égal à la prime encaissée.

Exercice 31**ÉNONCÉ**

Le même investisseur, souhaitant encaisser des primes sur les options de l'action Zintec, décide de vendre une option de vente (put) de prix d'exercice (k) = 180 € ; la prime encaissée pour le put est de 20 €. La valeur actuelle du sous-jacent est de 170 €.

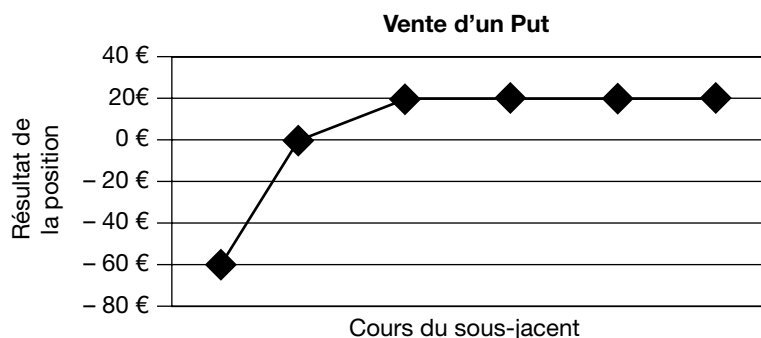
TRAVAIL À FAIRE

En prenant comme hypothèses de variation du cours de l'action entre 100 € et 300 € à échéance, il vous est demandé de :

1. Calculer le résultat global de la position.
2. Représenter graphiquement la position à échéance, en fonction des hypothèses de variation des cours de l'action.
3. Vérifier le niveau du seuil de rentabilité de la position.

CORRIGÉ**1. La matrice des gains et pertes sur la position d'une vente d'un put**

Variation du sous-jacent	Prime encaissée	Perte si exercice	Résultat de la position
100	+ 20 €	- 80 €	- 60 €
160	+ 20 €	- 20 €	0,00 €
180	+ 20 €	0,00 €	+ 20 €
200	+ 20 €	0,00 €	+ 20 €
240	+ 20 €	0,00 €	+ 20 €
300	+ 20 €	0,00 €	+ 20 €

2. La représentation graphique de la position

3. Vérification du seuil de rentabilité

Le seuil de rentabilité de la stratégie est atteint lorsque le cours du sous-jacent atteint $(k - P)$ avec k le prix d'exercice (180 €) et la prime $P = 20$ € : le seuil de rentabilité = $180 - 20 = 160$ €.

À ce niveau, on peut vérifier sur le tableau que, lorsque le sous-jacent est égal à 160 €, le résultat est égal à 0 € (voir ligne encadrée du tableau).

En deçà de 160 €, la position est gagnante.

Au-delà, la perte maximale est limitée au montant de la prime payée.

Au vu des commentaires précédents, il apparaît :

- que la position des acheteurs est plus « aisée », avec un profil de gain illimité, pour un coût effectif plus ou moins faible (le montant de la prime) ;
- que la position des vendeurs est plus « difficile » avec un profil de gain limité à la prime encaissée, et un risque de perte théoriquement illimité...

En clair, la position vendeuse présente un risque extrêmement élevé, eu égard à la rentabilité attendue.

Mais, en pratique, les choses sont autres :

- L'occurrence d'un effondrement ou d'une hausse fulgurante des cours du sous-jacent est faible, ce qui rend les positions vendeuses sur options statistiquement gagnantes.
- Seules les positions vendeuses (non couvertes) sur options sont extrêmement risquées. La mise en place de couverture financière permet de neutraliser ces risques financiers.
- La rentabilité de ventes de primes sur options, bien que risquée, peut être élevée en période de forte volatilité des primes.
- La vente de primes sur options d'un sous-jacent en portefeuille peut rentrer dans le cadre d'une gestion active du sous-jacent (amélioration du rendement du sous-jacent, achat du sous-jacent lors de fortes baisses, stratégies combinées...).

Pour résumer l'ensemble des positions simples sur options, le tableau suivant a été établi avec indication :

- des positions simples sur options négociables (au nombre de 4) ;
- de l'anticipation de l'opérateur sur le sous-jacent ;
- des objectifs poursuivis ;
- des risques inhérents à la position.

Position simple sur options négociables	Anticipation sur l'évolution du sous-jacent	Objectifs poursuivis	Risques inhérents à la position sur option
Achat de call	Forte hausse du sous-jacent	<ul style="list-style-type: none"> • Couverture en cas de hausse de l'actif • Revente du call avant échéance 	Risque limité à la perte de la prime payée
Vente de call	Stabilité ou légère baisse du sous-jacent	<ul style="list-style-type: none"> • Encaissement de la prime • Vente du sous-jacent à un prix fixé d'avance 	Risque théoriquement illimité si la vente n'est pas couverte
Achat de put	Forte baisse du sous-jacent	<ul style="list-style-type: none"> • Couverture en cas de baisse de l'actif • Revente du call avant échéance 	Risque limité à la perte de la prime payée
Vente de put	Stabilité ou légère hausse du sous-jacent	<ul style="list-style-type: none"> • Encaissement de la prime • Achat du sous-jacent à un prix fixé d'avance 	Risque théoriquement illimité si la vente n'est pas couverte

SECTION 2. POSITIONS COMBINÉES SUR OPTIONS

À côté des 4 positions simples sur options précédemment étudiées, viennent s'ajouter des combinaisons plus complexes, aux stratégies plus élaborées et moins binaires.

Ces combinaisons ont pour objet de s'adapter à des mouvements précis du sous-jacent, à des coûts prédéterminés, et des horizons de temps définis (échéances).

En résumant, elles ont pour objectif de profiter au mieux :

- des écarts des valeurs des primes ;
- des échéances différentes ;
- des coûts prédéterminés.

On distingue principalement 3 stratégies à base de combinaisons :

- Stratégies d'écart (**Spread**) : écart vertical et écart horizontal (**Strangle**).
- Stratégies Papillon (**Butterfly**).
- Stratégies du **Straddle**.

I. STRATÉGIES D'ÉCART

Ces stratégies consistent dans son principe général à acheter une option (call ou put) et vendre simultanément une autre option de même nature (call ou put).

Ces stratégies ont pour but de réduire le coût global d'une position sur options, surtout dans le cadre d'un mouvement limité du sous-jacent, dans un intervalle de temps réduit.

On peut différencier trois types d'écarts :

- les écarts verticaux ;
- les écarts horizontaux ;
- les écarts diagonaux.

Les références géométriques (vertical, horizontal ou diagonal) viennent du fait que la cote des options est en principe représentée avec :

- les prix d'exercice en lignes ;
- les différentes échéances en colonnes.

A. LES ÉCARTS VERTICAUX

Définition

L'acheteur de l'**écart vertical** achètera un call (ou un put) d'un certain prix d'exercice, et vendra un call (de prix d'exercice supérieur) sur le même sous-jacent.

Les call (ou put) auront les mêmes échéances.

Le vendeur de l'écart vertical : L'opérateur aura une position inverse à l'acheteur.

Le vendeur achètera un call et en vendra un autre de prix d'exercice inférieur.

Les options porteront sur le même sous-jacent, mais avec des prix d'exercice différents.

Exemple d'un écart vertical (calls) :
– achat d'une option (avril/5 700)
– et vente d'une option (avril/5 800)

Échéances		Avril (N)	Mai (N)	Juin (N)
Prix d'exercice				
5 700	→	46,50	67,60	71,00
5 800	→	16,50	44,00	49,00
5 900	↓	4,50	21,00	28,50

Mouvement anticipé sur le sous-jacent : Hausse (ou baisse) du sous-jacent au cours de la même période de temps (échéance).

Stratégie : Le coût élevé de l'option achetée (call ou put) représenté par la prime payée est compensé en partie par la prime encaissée sur la vente de l'option de même nature (call ou put). La perte éventuelle reste limitée, mais cette stratégie limite aussi les gains.

Risque : La position est perdante dans le cas d'une stabilité des cours du sous-jacent, ou dans le cas d'un mouvement inverse à celle anticipée (ex. : baisse du sous-jacent pour l'acheteur d'un écart vertical à base de calls et inversement). Rappelons, néanmoins, que la perte n'est pas illimitée.

Exercice 32

ÉNONCÉ

Reprenez l'exemple précédent portant sur l'indice CAC 40 (Achat d'une option call (Avril/5 700) et Vente d'une option call (Avril/5 800)).

TRAVAIL À FAIRE

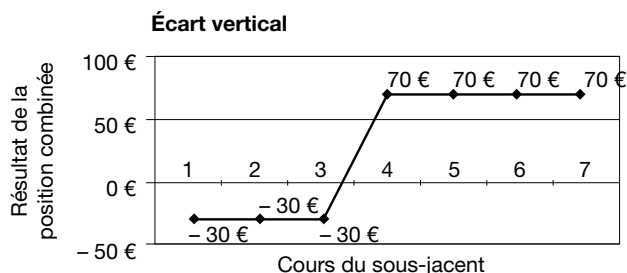
1. Calculez le résultat global de la position combinée pour un indice compris entre 5 500 et 6 100 à échéance.
2. Représentez graphiquement la position combinée en fonction des hypothèses d'évolution des cours du sous-jacent.
3. Commentez les résultats obtenus.

CORRIGÉ

1. La matrice des gains et pertes sur la position de l'achat d'un écart vertical

Cours support	Prime payée	Prime encaissée	call acheté	call vendu	Résultat position
5 500	- 46,50 €	16,50 €	0,00 €	0,00 €	- 30,00 €
5 600	- 46,50 €	16,50 €	0,00 €	0,00 €	- 30,00 €
5 700	- 46,50 €	16,50 €	0,00 €	0,00 €	- 30,00 €
5 800	- 46,50 €	16,50 €	100,00 €	0,00 €	70,00 €
5 900	- 46,50 €	16,50 €	200,00 €	- 100,00 €	70,00 €
6 000	- 46,50 €	16,50 €	300,00 €	- 200,00 €	70,00 €
6 100	- 46,50 €	16,50 €	400,00 €	- 300,00 €	70,00 €

2. La représentation graphique de la position



3. Commentaires

Dans cette stratégie combinée, la perte reste limitée au différentiel de prime (Prime encaissée - Prime payée).

Le gain n'est pas illimité mais plafonné, contrairement à la stratégie d'un achat d'un simple call.

Le coût de cette position haussière est moins coûteux que le simple achat d'un call nu.

B. LES ÉCARTS HORIZONTAUX

Définition

L'acheteur de l'**écart horizontal** achètera un call (ou un put) de même prix d'exercice que le call (ou put) vendu sur le même sous-jacent.

Par contre, les call (ou put) n'auront pas les mêmes échéances.

Exemple d'un écart horizontal (call) :
 – achat d'une option (avril/5 700)
 – et vente d'une option (mai/5 700)

Échéances Prix d'exercice	Avril (N)	Mai (N)	Juin (N)
5 700	46,50	67,60	71,00
5 800	16,50	44,00	49,00
5 900	4,50	21,00	28,50

Mouvement anticipé sur le sous-jacent : Cette stratégie est adaptée à une légère croissance ou à une stabilité des cours.

Stratégie : Ainsi le cours du sous-jacent croît légèrement, le call à échéance croîtra plus rapidement que celui qui est en dehors de la monnaie. L'écart va s'accroître.

L'écart est constitué pour l'essentiel de la différence des valeurs temps.

Or la valeur temps du call le plus proche décroît plus vite que le call éloigné. On espère ainsi revendre plus cher l'écart acheté.

Risque : Stabilité des cours, car la combinaison est en principe débitrice, donc le temps joue en la défaveur de l'acheteur de l'écart ou mouvement inverse à celui anticipé.

Perte limitée à la différence des primes (Primes payées – Primes encaissées).

Exercice 33

ÉNONCÉ

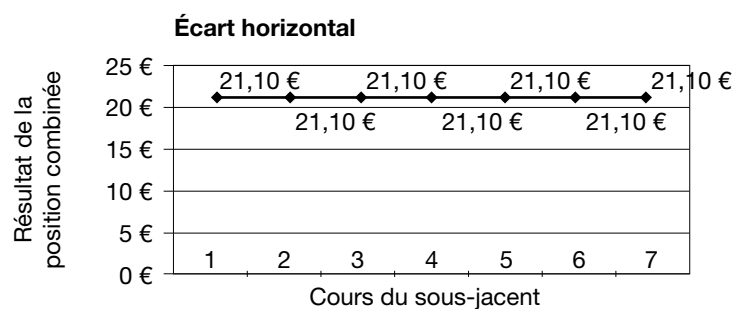
Reprenez l'exercice précédent (n° 23) portant sur l'indice CAC 40 (achat d'une option call (avril/5 700) et vente d'une option call (mai/5 700)).

TRAVAIL À FAIRE

1. Calculez le résultat global de la position combinée pour un indice compris entre 5 500 et 6 100 à échéance.
2. Représentez graphiquement la position combinée en fonction des hypothèses d'évolution des cours du sous-jacent.
3. Commentez les résultats obtenus.

CORRIGÉ**1. La matrice des gains et pertes sur la position de l'achat d'un écart vertical**

Cours support	Prime payée	Prime encaissée	Achat call	Vente call	Résultat position
5 500	- 46,50	67,60	0,00	0,00	21,10
5 600	- 46,50	67,60	0,00	0,00	21,10
5 700	- 46,50	67,60	0,00	0,00	21,10
5 800	- 46,50	67,60	100,00	- 100,00	21,10
5 900	- 46,50	67,60	200,00	- 200,00	21,10
6 000	- 46,50	67,60	300,00	- 300,00	21,10
6 100	- 46,50	67,60	400,00	- 400,00	21,10

2. La représentation graphique de la position**3. Commentaires**

Dans cette stratégie combinée, le gain est limité mais constant quelle que soit l'évolution du sous-jacent. Mais la gestion de la deuxième jambe (leg) à échéance du mois de mai peut s'avérer délicate.

Cette position haussière génère un flux positif dès son initiation, par opposition au simple achat d'un call nu.

C. LES ÉCARTS DIAGONAUX (OU DIAGONALS SPREAD)**Définition**

L'acheteur de l'écart diagonal achètera une option (call ou un put) de prix d'exercice différents, que l'option simultanément vendue, et avec des échéances différentes.

Exemple d'un écart diagonal (call) : - achat d'une option (Avril/5 700) - et vente d'une option (Mai/5 800)				
Échéances		Avril (N)	Mai (N)	Juin (N)
Prix d'exercice				
5 700	→	46,50	67,60	71,00
5 800	↓	16,50	44,00	49,00
5 900		4,50	21,00	28,50

Mouvement anticipé sur le sous-jacent : Dans ce cas de figure, l'évolution prévue du sous-jacent est une hausse du sous-jacent (achat du call) ou baisse (achat du put).

Le mouvement de hausse ou baisse s'effectuerait avec une amplitude limitée.

Stratégie : Le coût de la prise de position de la combinaison se fait à un coût moins élevé (la prime payée sur l'achat de l'option est partiellement compensée par l'encaissement de la prime de l'option vendue).

Risque : Compte tenu du fait que l'opérateur est engagé sur des échéances différentes, le risque est plus difficile à gérer. L'opérateur encourt une perte de la prime payée sur l'achat de l'option, et le risque d'être exercée sur la vente de l'option sur une échéance différente.

Ce double risque peut être grandement atténué par un « dénouement » simultané de la combinaison.

Exercice 34

ÉNONCÉ

Reprenez les exercices précédents (n° 33 et 34) portant sur l'indice CAC 40 (achat d'une option call (avril/5 700) et vente d'une option call (Mai/5 800)).

TRAVAIL À FAIRE

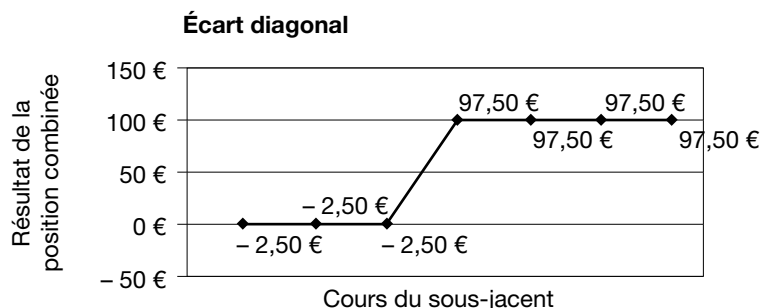
1. Calculez le résultat global de la position combinée pour un indice compris entre 5 500 et 6 100 à échéance.
2. Représentez graphiquement la position combinée en fonction des hypothèses d'évolution des cours du sous-jacent.
3. Commentez les résultats obtenus.

CORRIGÉ

1. La matrice des gains et pertes sur la position de l'achat d'un écart vertical

Cours support	Prime payée	Prime encaissée	Achat call	Vente call	Résultat position
5 500	- 46,50 €	44,00 €	0,00 €	0,00 €	- 2,50 €
5 600	- 46,50 €	44,00 €	0,00 €	0,00 €	- 2,50 €
5 700	- 46,50 €	44,00 €	0,00 €	0,00 €	- 2,50 €
5 800	- 46,50 €	44,00 €	100,00 €	0,00 €	97,50 €
5 900	- 46,50 €	44,00 €	200,00 €	- 100,00 €	97,50 €
6 000	- 46,50 €	44,00 €	300,00 €	- 200,00 €	97,50 €
6 100	- 46,50 €	44,00 €	400,00 €	- 300,00 €	97,50 €

2. La représentation graphique de la position



3. Commentaires

Dans cette stratégie combinée, le gain est limité quelle que soit la hausse du sous-jacent. Cette position haussière génère un coût faible dès son initiation, par opposition au simple achat d'un call nu.

Mais la gestion de la deuxième jambe (leg) à échéance du mois de mai peut s'avérer aussi délicate.

II. LE STRADDLE

Achat Straddle : Cette stratégie consiste à acheter (ou à vendre) simultanément un call et un put de même prix d'exercice et de même échéance.

Vente d'un Straddle : Le vendeur d'un Straddle réalise une vente simultanée d'un call et d'un put.

Mouvement anticipé sur le sous-jacent : L'opérateur prévoit une grande variation des cours, sans connaître le sens de ce mouvement, et que le cours du sous-jacent est très proche du prix d'exercice.

Stratégie : Une fois le mouvement de l'actif réalisé, dans l'une ou l'autre des directions, l'option qui sera « dans la monnaie » prendra plus de valeur que l'option qui deviendra « en dehors » et la valeur de la position sera gagnante.

Compte tenu du risque de perte de valeur liée à chacune des options, l'opérateur peut décider de ne pas attendre l'expiration des options, et dénouer une option ou la combinaison des deux.

Risque : Si le mouvement de l'actif ne se réalise pas dans un sens ou dans l'autre, ou bien si le mouvement se réalise mais avec une « force » plus faible que prévue.

III. LE STRANGLE

Acheteur de la combinaison : Stratégie qui consiste à acheter un call et un put de même échéance, mais le prix d'exercice du put est inférieur à celui du call.

Vendeur de la combinaison : Stratégie qui consiste à vendre un call et un put de même échéance, mais le prix d'exercice du put est inférieur à celui du call.

Mouvement anticipé sur le sous-jacent : Si le cours est situé entre deux prix d'exercice, ou lorsqu'on prévoit une grande variation dans le sens ou dans l'autre, mais avec une plus grande probabilité que le mouvement soit dans un sens, plutôt que l'autre sens.

Stratégie : Le coût de la combinaison du **Strangle**, est en principe moins coûteux, que la position du Straddle, car la perte est plus faible et le gain à la hausse plus rapide.

Risque : S'agissant d'une combinaison d'un achat d'un call et d'un put (acheteur du Strangle), le risque de la position est la stabilité ou faible mouvement sur le sous-jacent.

La perte est limitée aux primes payées sur les deux options (call et put). Cette perte reste en principe moins importante que la perte qui résulte de la combinaison.

CHAPITRE 6. MÉTHODES D'ÉVALUATION DES OPTIONS NÉGOCIABLES

SECTION 1. LE MODÈLE DE BLACK ET SCHOLES

Il fut publié en 1973 et constituait le prolongement de travaux réalisés par Paul Samuelson et Robert Merton. Le mathématicien français Louis Bachelier avait inauguré l'étude du sujet en 1900. L'intuition fondamentale de Black et Scholes fut de mettre en rapport le prix implicite de l'option et les variations de prix de l'actif sous-jacent. Leur découverte eut très rapidement une influence considérable, et des déclinaisons de leur modèle sont utilisées dans tous les compartiments des marchés financiers. Dès 1977, Oldrich Vasicek s'en inspira pour fonder la théorie moderne des **taux d'intérêt**.

Merton et Scholes reçurent en 1997 le prix Nobel d'économie pour leurs travaux (Fisher Black était, lui, malheureusement mort en 1995).

I. LES HYPOTHÈSES DU MODÈLE

Ce modèle repose sur plusieurs hypothèses :

- Rationalité des investisseurs.
- « Perfection » des marchés.
- Constance des taux d'intérêt sur la durée de vie de l'option.
- Négociation en continu des actifs financiers.
- Aucune distribution de dividendes.

La formule de Black-Scholes peut être démontrée rigoureusement si un certain nombre de conditions sont établies. On parle alors de modèle de Black-Scholes, ou on dit qu'on est dans le cas Black-Scholes. Les marchés financiers correspondent assez bien à ce modèle, mais pas exactement bien sûr et, en particulier, contrairement à l'hypothèse centrale du modèle, le temps n'y est pas continu. Il y a donc un certain écart entre ce modèle et la réalité, qui peut devenir important quand les marchés sont agités avec de fréquentes discontinuités de cours.

Les conditions du modèle sont les suivantes :

- le prix du sous-jacent suit un mouvement brownien géométrique ;
- la volatilité est connue à l'avance et est constante ;
- il est possible d'acheter et de vendre le sous-jacent à tout moment et sans frais ;
- les ventes à découvert sont autorisées (où on emprunte une certaine quantité du sous-jacent pour la vendre) ;
- il n'y a pas de dividende ;
- le taux d'intérêt est connu à l'avance et est constant ;
- l'exercice de l'option ne peut se faire qu'à la date d'échéance, pas avant (option à exercice européen, dite option européenne).

II. FORMULES DE BLACK ET SCHOLES

Black et Scholes ont abordé le problème de l'évaluation des options, sous l'angle de la duplication. Leur stratégie a consisté :

- à emprunter de l'argent ;
- à financer l'achat d'une action.

La mise en place de cette double opération va permettre de dupliquer le risque du call.

Pour illustrer ce raisonnement, nous nous appuyerons sur un exemple simplifié, qui peut être généralisé.

A. L'ÉVALUATION DES OPTIONS SELON LE MODÈLE À DEUX ÉTATS

1. Stratégie de duplication

Soit une action, dont le cours actuel est de 100 € ce jour. On supposera pour simplifier, que l'action ne peut prendre que deux valeurs à la fin de l'année : 110 € ou 90 €.

Par ailleurs, nous retenons une option d'achat (call) afin de montrer le mécanisme de la duplication, avec les caractéristiques suivantes :

- Call de même sous-jacent (l'action).
- Échéance 12 mois.
- Prix d'exercice 100 € (le même prix que la valeur actuelle de l'action).

Le coût d'un emprunt est de 8 %.

Au final, et en fonction des hypothèses d'évolution des cours de la valeur, les profits à l'échéance du call sont de :

Cours à échéance de l'action	110 €	90 €
Profit	10 € (110 – 100)	0,00 € (non exercé)

Afin de pouvoir évaluer le call par duplication, nous envisageons deux possibilités :

- celle d'acheter 1/2 l'action considérée (cette proportion d'action à acheter est obtenue par le biais du delta. Le delta du call est égal à variation du call/variation de l'action, soit $[10 \text{ €} - 0,00 \text{ €}] / [110 - 90] = 1/2$). Un delta de 1/2 signifie que la variation du sous-jacent (action) de 1 euro entraîne une variation de 0,50 € du prix de l'option ;
- emprunter simultanément 45 € immédiatement, et rembourser l'emprunt et les intérêts à la fin des 12 mois. La somme des 45 € est obtenue de telle sorte qu'il y ait duplication de l'option (l'achat de la demi-action fournit des revenus compris entre 55 € et 45 €, soit 45 € de plus que les revenus procurés par le call à échéance (10 € à 0,00 €, c'est cette somme qui doit être empruntée pour dupliquer l'option).

La valeur actuelle de l'emprunt qui permet de rembourser le capital et les intérêts à échéance est de : $(100/1,08) = 95,52 \text{ €}$.

Au terme des 12 mois, les flux futurs associés à cette stratégie sont les suivants :

Cours à échéance de l'action	110 €	90 €
Achat de l'action	55 €	45 €
Emprunt total	- 45 €	- 45 €
Résultante des flux	10 €	0,00 €

Comme il est possible de constater que la stratégie de l'achat de l'action à crédit, avec un emprunt remboursable à échéance équivalent, permet d'obtenir les mêmes flux de revenu que ceux de l'achat du call, on peut en déduire que le fait d'acheter le sous-jacent (ici une action) avec un emprunt total, remboursable à la même échéance que le call, permet de dupliquer ce dernier.

Au final, les deux stratégies (achat de l'option et achat de l'action à crédit) présentent les mêmes flux de liquidités à la fin de l'année, ont le même coût. Dans le cas contraire, dans un marché concurrentiel, les opérations d'arbitrage auraient vite fait de ramener cette différence de coût à un prix pratiquement identique.

2. Valeur théorique de l'option

En résumé, les développements précédents montrent que l'on peut associer l'achat de 1/2 action et le montant à emprunter.

La valeur actuelle des flux de capital concernés est de :

Achat de 1/2 action à 100 €	=	50,00
Emprunt souscrit	=	41,67 (45 / 1,08)
La valeur théorique du call	=	8,33 €

À partir de la démarche précédente, nous en déduisons une expression de la valeur du call.

Valeur de l'option d'achat = Prix de l'action × Delta – Montant emprunté

Appliquée aux données précédentes :

Valeur de l'option = $100 \times 1/2 - 41,67 = 8,33 \text{ €}$.

B. LE MODÈLE DE BLACK ET SCHOLES

1. Le modèle simplifié

Le modèle simplifié présente un inconvénient majeur : l'intervalle de valeurs à l'échéance de l'option pouvant être prises par l'action n'est pas limité à deux valeurs (dans notre exemple 110 € et 90 €), mais à un grand nombre de valeurs. Cette remarque aurait pu mettre fin à cette méthode d'évaluation, si Black et Scholes n'avaient pas suggéré qu'il suffisait de réduire la taille de la période.

Ainsi, sur un temps infinitésimal (voir le concept du temps continu), l'hypothèse selon laquelle le cours du sous-jacent (action) se limiterait à deux valeurs est plausible. Pour la période infinitésimale suivante, une autre combinaison de l'action et de l'emprunt s'avère nécessaire pour dupliquer l'option, ainsi de suite. L'ajustement continu de cette combinaison permet de dupliquer l'option de manière continue.

Conditions de validité de la formule :

- le taux d'intérêt sans risque est constant pendant la durée de vie de l'option ;
- les actifs se négocient en continu 24 heures/24 ;
- la volatilité est considérée constante durant la vie de l'option ;
- l'actif sous-jacent ne verse pas de dividendes (modifié par Robert Merton) ;
- les options sont européennes ;
- il est impossible de réaliser des profits d'arbitrage.

Le modèle d'évaluation des options de Black et Scholes s'écrit alors :

$$C = S_0 \times N(d_1) - K \times e^{-rt} \times N(d_2)$$

Avec :

$$d_1 = \frac{\ln(S_0 / K) + r \times T}{\sigma \sqrt{T}} + 1/2 [\sigma \sqrt{T}] ;$$

$$\text{Ou bien } d_1 = \delta = \frac{d_p}{d_v} ;$$

- $d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T}$;
- **Ln** : logarithme népérien ;
- σ : volatilité du titre ;
- **T** : durée de vie (jusqu'à l'échéance) exprimée en % d'année ;
- S_0 : valeur du sous-jacent à l'instant 0 ;
- **K** : prix d'exercice ;
- **N(d₁)** représente la probabilité qu'une variable aléatoire, respectant une distribution normale, ait une valeur inférieure ou égale à d_1 .

Cette formule est une des plus complexes de la finance.

Exercice 35

ÉNONCÉ

Le 1^{er} septembre N, une action cote 110 €. Le prix de l'option d'achat de cette même valeur est de 20 €. Le taux sans risque = 5 % Le prix d'exercice est de 100 €.

TRAVAIL À FAIRE

Calculez le prix théorique de l'option d'achat, selon la formule de Black et Scholes.

CORRIGÉ

1^{re} étape : Identification des variables de la formule Black et Scholes

Nous déduisons des informations fournies les variables suivantes :

- Le prix de l'action $S = 110$ €
- Le prix d'exercice (ou strike k) = 100 €
- Le taux d'intérêt sans risque est de 5 %
- La volatilité implicite = 10 %
- La durée (t) jusqu'à l'échéance devant être exprimée en années, nous l'exprimerons en jours par rapport à une année de 365 jours. Du 1^{er} septembre au 31 décembre (N) nous avons 121 jours, la durée (t) = 121/365.

2^e étape : Calcul de d_1

$$d_1 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2) \times T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_1 = \frac{\ln(110 / 100) + (0,05 + \frac{1}{2} \times (0,1)^2) \times (121 / 365)}{0,1 \times \sqrt{(121 / 365)}}$$

$$= (0,09531 + (0,01823)) / 0,057 577 = \mathbf{1,97}$$

3^e étape : Calcul de d_2

$$d_2 = 1,97 - 0,1 \times \sqrt{\frac{121}{365}} = \mathbf{1,912}$$

4^e étape : Calcul de $N(d_1)$ et de $N(d_2)$

Voir tableau des probabilités cumulatives de la fonction de distribution normale

$N(d_1) = 0,50 + 0,4756 = \mathbf{0,976}$ (lire l'intersection ligne (1,9) et colonne (0,07))

$N(d_2) = 0,50 + 0,4719 = \mathbf{0,972}$ (lire l'intersection ligne (1,9) et colonne (0,01))

5^e étape : Calcul de la valeur théorique du call

$$C = S_0 \times [N(d_1)] - E \times e^{-rt} \times [N(d_2)]$$

$$C = (110 \times 0,976) - (100 \times e^{-0,05} \times 121/365) \times 0,972 = 107,36 \text{ €} - 95,60 \text{ €}$$

$$C = \mathbf{11,76 \text{ €}}$$

La valeur estimée selon la formule de Black et Scholes de l'option d'achat est de **11,76 €**.

La formule de Black-Scholes repose sur l'hypothèse que les rendements de l'actif sous-jacent sont gaussiens ou, de manière équivalente, que la valeur de l'actif suit une diffusion de brownien géométrique.

Les quatre premières données sont évidentes, seule la volatilité σ de l'actif est difficile à évaluer. Deux analystes pourront avoir une opinion différente sur la valeur de σ à choisir.

On peut également appliquer la formule à l'inverse. Étant donné le prix de l'option qui est coté dans les marchés, quelle valeur de σ doit être choisie pour que la formule donne exactement ce prix ? On obtient ainsi la « volatilité implicite » qui a un grand intérêt pratique et théorique.

2. Le modèle de Black et Scholes en pratique

La thèse fondamentale du modèle de Black et Scholes était que le prix de l'option d'achat est indiqué implicitement si le sous-jacent est échangé sur les marchés.

L'utilisation du modèle et de la formule Black-Scholes est très répandue sur les marchés financiers, à tel point que certaines cotations se donnent en niveau de volatilité plutôt qu'en prix absolu. En effet, les autres paramètres du modèle (durée à l'échéance, prix d'exercice, taux d'intérêt sans risque et prix du sous-jacent) sont facilement observables sur les marchés.

Cependant, le modèle de Black et Scholes ne permet pas de modéliser précisément le monde réel. L'expérience montre qu'en réalité la volatilité dépend du prix d'exercice et de la maturité.

En pratique, la **surface de volatilité** (la volatilité implicite en fonction du prix d'exercice et de la maturité) n'est pas plate. Souvent, pour une maturité donnée, la volatilité implicite par rapport au prix d'exercice a une forme de sourire (appelé le **smile de volatilité**) : à la monnaie, la volatilité implicite est la plus basse et plus on s'éloigne de la monnaie, plus elle est élevée. On constate par ailleurs que le *smile* n'est souvent pas symétrique sur le marché des actions : plus haut du côté *put* que du côté *call*. Cela est dû au fait que les acteurs de marché sont plus sensibles au risque de baisse qu'au risque de hausse de l'action.

La surface de volatilité d'un sous-jacent évolue également dans le temps. Les acteurs du marché la réévaluent sans cesse, modifiant leur anticipation de la probabilité, pour chaque prix d'exercice et maturité, qu'une option ne finisse dans la monnaie.

3. Extensions de la formule

La formule de prix d'option ci-avant est employée pour l'évaluation d'options européennes sur les actions ne payant pas de dividendes.

Le modèle Black-Scholes peut être facilement étendu aux options sur des instruments payant des dividendes. Pour les options sur des indices boursiers où chacune des entreprises entrant dans son calcul peut payer un dividende une ou deux fois par an, il est raisonnable de supposer que les dividendes sont payés sans interruption.

III. CRITIQUES DU MODÈLE DE BLACK ET SCHOLES

La formule de Black et Scholes (B&S) règne en maître sur la valorisation des stock-options. Pourtant, le modèle sous-jacent est l'objet de critiques de plus en plus pressantes. D'abord, on a dit que B&S surévalue systématiquement la charge à comptabiliser. En effet, la formule a été élaborée pour les marchés financiers, où les options sont négociables à tout instant. Or, les options attribuées aux salariés sont bloquées (en général 4 à 5 ans). N'est-il pas logique qu'un produit financier non négociable vaille moins que le même, négociable à tout instant ?

La volatilité est l'un des paramètres clés de la formule. Or, si la notion de volatilité est simple à comprendre, la mesure en est réellement complexe. En effet, on peut observer la volatilité historique d'un titre coté, mais la volatilité passée est-elle la meilleure mesure de la volatilité à venir ?

Par exemple, la volatilité mesurée sur les 5 dernières années contient l'effet de l'écèlement de la bulle Internet. De nombreux experts « retraitent » donc la volatilité pour les besoins des calculs. De plus, la volatilité mesurée n'est pas la même selon l'horizon de temps retenu : volatilité quotidienne, mensuelle ou annuelle ? Là aussi l'évaluateur peut ajuster le modèle. Comment être sûr alors que les ajustements du modèle ne servent pas à piloter le résultat ?

Enfin, de façon plus fondamentale, c'est la théorie sous-jacente qui est battue en brèche. Toute la puissance de la formule B&S repose sur la simplicité du modèle : la loi normale (courbe de Gauss). Si les fluctuations des marchés financiers suivent une loi normale, alors la formule est juste. Mais de nombreux événements, comme la faillite du hedge fund LTCM, dont les fondateurs étaient aussi les inventeurs de la formule, ont prouvé que les variations des marchés financiers ne sont pas « normales », mais chaotiques.

SECTION 2. LE MODÈLE DE COX ET RUBINSTEIN (MODÈLE BINOMIAL)

Une option étant un produit financier ayant une durée de vie limitée, avec la particularité de l'exercice éventuel avec un sous-jacent ; le modèle classique de l'actualisation des flux financiers à un taux de rentabilité exigé en fonction du risque apparaît très peu adapté à ce type de produit.

J. Cox et S. Rubinstein ont alors privilégié un raisonnement basé sur l'arbitrage, en supposant que le sous-jacent présentait une liquidité totale, permettant d'effectuer des transactions en continu.

I. LE CONTEXTE D'ARBITRAGE

La formule de Black et Scholes est utilisée pour les options de **style européen**. Les options sur actions sont souvent de **style américain** (sauf sur le marché du gré à gré).

Or, la possibilité de pouvoir exercer l'option à n'importe quel moment pendant sa vie ajoute une grosse difficulté à l'estimation de la prime. En effet, pour pouvoir estimer correctement la valeur de la prime, il faut non seulement estimer la valeur de l'actif sous-jacent à la date d'expiration de l'option (comme dans le modèle de Black et Scholes) mais aussi pendant la vie de l'option pour vérifier s'il n'est pas intéressant d'exercer cette option avant maturité. Cette valeur d'exercice

doit être comparée à tout instant à la valeur de l'option et on doit prendre comme valeur de prime la plus grande des deux. Pour cela, on va utiliser une méthode numérique binomiale.

Pour évaluer une option de style américain, nous allons estimer pour toutes les périodes si la prime est plus importante, morte ou vivante. La prime morte est la **valeur intrinsèque** de l'option (le maximum de 0 et $S - E$ pour une option d'achat, le maximum de 0 et $E - S$ pour une option de vente, avec S le prix de l'actif sous-jacent et E la valeur d'exercice de l'option).

II. PRINCIPE DU MODÈLE BINOMIAL : COX, ROSS ET RUBINSTEIN (1979)

A. LE MODÈLE À UNE ÉTAPE

1. Principes

Considérons deux actifs A et S et leurs dérivés.

L'actif A est l'actif non risqué (par exemple les bons du Trésor), qui rapporte un revenu certain et garanti quelle que soit l'évolution future du marché.

L'actif S est l'actif risqué dont les revenus sont incertains.

Il existe un processus de prix permettant de déterminer la valeur future de l'actif risqué après une période (t) S_t .

Par définition, il y a deux dates :

- celle d'aujourd'hui, que l'on peut noter $t = 0$;
- celle de l'instant final, que l'on peut noter $t = 1$.

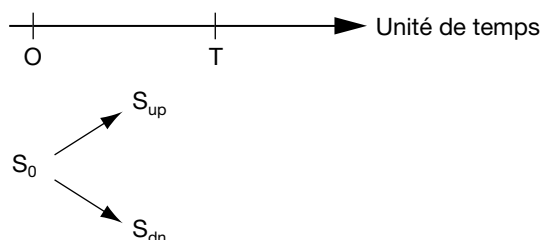
Soit S_0 le prix de l'actif risqué aujourd'hui ($t = 0$).

À l'échéance ($t = 1$), la valeur n'est pas connue à l'avance, contrairement à l'actif non risqué (A) qui est déterminé par son rendement.

On supposera que, pour le prix de l'actif, seules deux possibilités de prix sont envisageables :

- un prix en hausse $S_t = S_{up}$ (avec $S_{up} > S_0$) ;
- un prix en baisse $S_t = S_{dn}$ (avec $S_{dn} < S_0$).

Le schéma du processus de prix est le suivant :



Ainsi le fait que l'actif risqué ne prenne que deux valeurs justifie l'appellation : **modèle binomial**.

Le prix d'un dérivé suivra logiquement la même dynamique binomiale, puisque le dérivé est étroitement lié au sous-jacent.

Un investisseur peut acheter une quantité n d'actif risqué et placer n_0 au taux sans risque.

Les nombres n et n_0 peuvent être positifs, ou négatifs, entiers ou non.

Si $n_0 < 0$, alors l'investisseur se trouve dans la situation d'emprunteur de l'actif risqué.

Le couple n et n_0 est la composition du portefeuille.

Il existe une stratégie qui permet d'éliminer le risque et qui détermine en même temps la valeur de la prime du call.

L'investisseur devra se constituer un portefeuille de couverture qui doit contenir à la fois une certaine quantité de valeur de l'actif non risqué b et une quantité de parts du Δ sous-jacent :

- À la date $t = 0$, son portefeuille vaudra $b + \Delta \times 50$ €.
- À l'échéance, ce portefeuille vaudra $b + \Delta \times 53$ € (après un mouvement de hausse) ou $b + \Delta \times 48$ € (après un mouvement de baisse).

Le prix de l'option lors de l'échéance (pay off) est de + 3 euros en cas de hausse et de 0,00 euro en cas de baisse.

Pour être certain de couvrir son contrat, l'investisseur devra choisir une composition de portefeuille (b, Δ) de telle sorte que les deux équations soient vérifiées :

$$\begin{cases} b + \Delta \times 53 = 3 \text{ €} \\ b + \Delta \times 48 = 0,00 \text{ €} \end{cases}$$

soit $\Delta = 3/5 = 0,6$ parts de sous-jacent
et $b = -3/5 \times 48 = -28,8$ € (valeur de l'emprunt)

Dans les deux cas de figure (hausse ou baisse), la composition de ce portefeuille permet de répliquer l'option. À la date $t = 0$ le portefeuille vaut $-28,80 \text{ €} + 0,6 \times 50 = 1,2 \text{ €}$

L'investisseur doit en principe réclamer une prime de 1,20 € pour la vente du call.

2. Formulation générale du modèle à une étape

Tentons de généraliser le raisonnement que nous avons tenu précédemment, en prenant comme actif risqué une action de prix S_0 et une option ayant pour jacent cette même action, et dont la valeur serait f . L'échéance de cette option sera supposée être à la date T .

Au cours de période, le cours de l'action est susceptible de varier et prendre comme valeur :

- $S_T = S_0 u$ (en hausse d'un coefficient u) ;
- $S_T = S_0 d$ (en baisse d'un coefficient d).

Avec $u > 1$ et $d < 1$.

Dans le même temps :

- si le cours de l'action (S_0) est en hausse à $S_0 u$, la valeur à maturité (pay off) de l'option sera désignée par f_u ;
- si le cours de l'action (S_0) est en baisse à $S_0 d$, la valeur à maturité (pay off) de l'option sera désignée par f_d .

Si nous constituons un portefeuille comme dans l'exemple précédent, avec une position acheteuse sur Δ actions et une position vendeuse sur une option.

En cas de hausse de l'action, la valeur du portefeuille ainsi constituée, est :

$$\Delta \times S_{0u} - f_u$$

En cas de baisse de l'action, la valeur du portefeuille ainsi constituée, est :

$$\Delta \times S_{0d} - f_d$$

Pour que le portefeuille soit sans risque, les deux valeurs doivent s'égaliser, on a alors :

$$\Delta \times S_{0u} - f_u = \Delta \times S_{0d} - f_d$$

$$\text{D'où l'on tire } \Delta = \frac{f_u - f_d}{S_{0u} - S_{0d}}$$

avec au numérateur la différence possible des valeurs possibles de l'option, au dénominateur la différence possible des valeurs possibles de l'action.

En introduisant le taux sans risque r , la valeur actuelle du portefeuille constitué, est :

$$(\Delta \times S_{0u} - f_u) e^{-Rt}$$

Dans le même temps, le coût initial de constitution du portefeuille est de : $\Delta \times S_0 - f$

$$\text{d'où } \Delta \times S_0 - f = (\Delta \times S_{0u} - f_u) e^{-Rt}$$

En remplaçant Δ par la relation trouvée et en simplifiant, nous obtenons :

$$f = e^{-rt} [pf_u + (1 - p)f_d]$$

Avec $p = \frac{e^{rt} - d}{u - d}$

Si le facteur de hausse (u) est + 10 %, soit $u = 1,10$ et le facteur de baisse (d) de - 10 %, soit $d = 0,9$:

$$f_u = 1 \text{ €}$$

$$f_d = 0 \text{ €}$$

$T = 3$ mois et le taux annuel sans risque de 12 %.

$$p = \frac{e^{0,12 \times 0,25} - 0,9}{1,1 - 0,9} = 0,6523$$

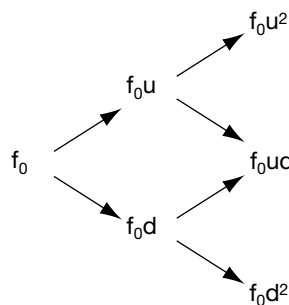
La valeur de l'option à son échéance T est de :

$$f = e^{-0,12 \times 0,25} [0,6523 \times 1 + (1 - 0,6523) \times 0] = 0,633$$

B. LE MODÈLE MULTIPÉRIODE (OU MODÈLE DE COX RUBINSTEIN)

1. Les arbres binomiaux à deux périodes

Le raisonnement étudié dans le modèle à une période peut être étendu au modèle à deux périodes (arbre binomial à deux périodes).



L'objectif consiste à déterminer la valeur de l'option au départ de l'arbre (f_0).

La méthodologie sera identique à celle vue précédemment, mais en raisonnant branche par branche, et en remontant les « branches » jusqu'au départ de l'arbre binomial.

1^{re} étape : On déterminera la valeur de l'option, au niveau des « nœuds » terminaux, car ils correspondent aux « payoffs » à la fin de vie du contrat d'option. Selon que l'on exerce ou non, les valeurs terminales seront soit $S_T - K$ (pour un call) ou 0 euros (abandon de la prime).

2^e étape : On calculera la valeur de l'option, au niveau des « nœuds » intermédiaires (f_{0d} , f_{0u}). Selon la valeur du sous-jacent ($K > S_T$), la valeur de l'option pourra être nulle ou bien avoir une valeur (si $K < S_T$) le call sera alors exercé.

3^e étape : La remontée des « branches » doit permettre d'arriver au nœud initial (f_0), pour cela il faudra se baser sur la valeur (non nulle) de l'option, au nœud précédent (f_{0u} pour un call). La valeur de l'option sera déterminée par application de la formule générale mise en évidence ci-avant : $f = e^{-rt} [pf_u + (1 - p)f]$.

2. Les arbres binomiaux multipériodes

Dans la pratique les arbres binomiaux peuvent présenter des périodes supérieures à 30 (la durée de vie de l'option étant divisée en 30 sous périodes. Exemple durée de vie de l'option $T =$ de 3 mois, décomposée en $3 \times 30/30 = 30$ sous périodes symbolisées par Δt).

Mais sur chaque période, l'évolution du sous-jacent (action) est binomiale.

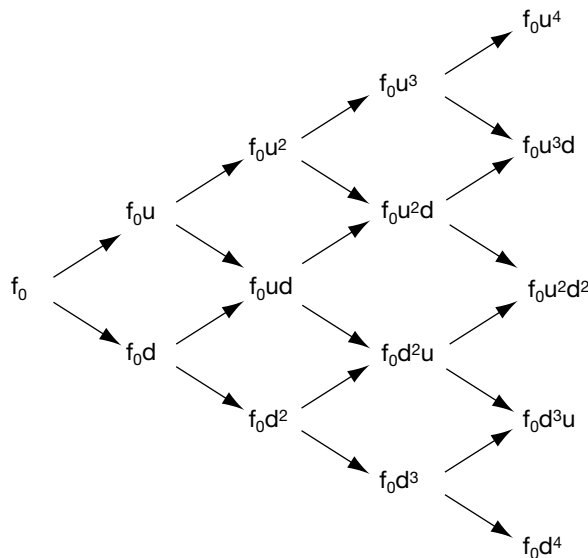
Le nombre de combinaisons dans un tel arbre se chiffre en milliards...

Il est évident que l'informatique est devenue une aide indispensable par sa capacité de calcul et sa rapidité.

Les paramètres u et d sont évalués en fonction de la volatilité du sous-jacent.

$$u = e^{\sigma \sqrt{\delta t}} \text{ et } d = e^{-\sigma \sqrt{\delta t}} \text{ et, } p = \frac{e^{r\delta t} - d}{u - d}$$

Un arbre binomial multipériode, se présenterait sous la forme suivante :



Reste que la méthodologie est pour l'essentiel identique.

Il s'agit de remonter les valeurs de l'arbre afin de déterminer la valeur actuelle du call. Pour chaque valeur de $S_{(T)}$ on regarde si on a intérêt à exercer notre option : c'est-à-dire si $(k - S_{(T)}) > 0$. Si on exerce l'option, il faut alors remplacer $S_{(T)}$ par $(k - S_{(T)})$ qui représente le gain en (T) de l'exercice de l'option. Sinon exercer l'option serait une perte car le prix d'exercice est supérieur au prix du sous-jacent. On remplace alors la valeur de $S_{(T)}$ par 0 qui est la valeur du call dans ces conditions.

On peut alors remonter chacun des blocs par la méthode décrite. On aura effectué n remontées pour chacun des sous-arbres. À présent on se retrouve dans le cadre d'un seul arbre avec x valeurs qui sont celles que l'on vient d'obtenir ; en remontant ce dernier arbre on obtient la valeur théorique du call.

La différence entre les deux résultats peut être réduite d'avantage en augmentant le nombre de simulation dans la méthode, ou en augmentant le nombre de pas dans le modèle binomial. La méthode est efficace pour simuler la valeur d'un call européen en présence de dividende puisqu'elle se rapproche des résultats obtenus par le modèle standard, ici le modèle binomial.

Dans le cas du put, le principe est exactement le même, une fois l'arbre construit, on regarde si l'exercice de l'option est avantageux auquel cas on remplace la valeur de $S_{(T)}$ par $(k - S_{(T)})$. Si on n'exerce pas l'option, on remplace la valeur de $S_{(T)}$ par 0. Enfin, on remonte l'arbre comme précédemment afin d'obtenir la valeur théorique du put.

III. L'ALGORITHME D'ÉVALUATION

En pratique, l'algorithme suit trois étapes :

Le prix de l'actif sous-jacent est estimé en utilisant les facteurs de baisse (d) et de hausse (u) répétitivement sur chaque période. Ces facteurs sont utilisés pour correspondre à la **volatilité** du titre.

La règle 0 maximum est appliquée pour chaque valeur S à la date de maturité de l'option.

La méthode décrite ci-avant pour une période est appliquée récursivement pour ramener le prix de l'option période par période.

La conclusion de ce calcul est que la question la plus importante à résoudre est le nombre de périodes qu'on doit utiliser en pratique pour estimer correctement la valeur de la prime de l'option. On utilise en général 25 périodes pour l'estimation binomiale de la prime d'une option de style américain.

ANNEXE

Tableau de distribution de la Loi normale
Probabilités cumulatives de la fonction de distribution Normale standard

d	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4773	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4866	0,4870	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4982	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990

$N(d)$ représente la surface située sous la fonction de distribution Normale standard. Supposez que $d_1 = 0,24$. Ce tableau implique une probabilité cumulative de $0,5000 + 0,0948 = 0,5948$. Si $d_1 = 0,2452$, nous devons estimer la probabilité par interpolation entre $N(0,25)$ et $N(0,34)$.

EXERCICES AUTOCORRIGÉS

Ne pas envoyer à la correction

Exercice 1 : Emprunt obligataire

ÉNONCÉ

Le 1^{er} septembre N-3, le Crédit industriel de France (CIF) a émis un emprunt obligataire aux caractéristiques suivantes :

- 350 000 obligations nouvelles avec une valeur nominale égale à 5 000 € ;
- prix d'émission : 4 950 € ;
- remboursable au pair le 1^{er} septembre N+3 ;
- taux nominal de 10 % payable le 1^{er} septembre de chaque année.

La société Peybere avait souscrit 200 titres lors de cette émission. Le 17 novembre N, elle décide de les céder pour résoudre des problèmes de trésorerie.

TRAVAIL À FAIRE

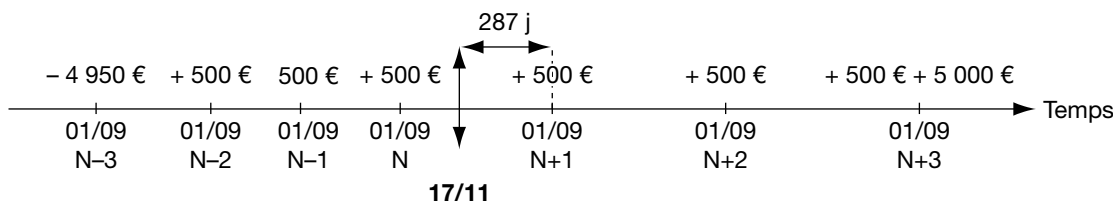
1. Établissez le schéma des flux financiers liés à cet emprunt obligataire, en reportant sur un axe des temps tous les flux financiers, toutes les échéances respectives et la date du 17/11/N (date de cession).
2. Quelle sera l'équation du taux de rendement actuariel brut (TRAB) à l'émission, en supposant que le souscripteur conserve son obligation jusqu'à son échéance de remboursement ? Précisez la valeur en % et avec 2 décimales du TRAB.
3. Comparez le taux de rendement actuariel brut (TRAB) avec le taux nominal (10 %). Commentez.
4. Déterminez le prix théorique de cession de ces obligations au 17/11/N, date à laquelle les taux d'intérêt sur le marché obligataire sont de 8 %.
5. Calculez la durée des obligations détenues par la société Peybere.
6. Vous en déduirez la sensibilité des obligations.
7. Commentez les résultats obtenus.

REMARQUES

- La distance entre deux dates pourra se faire en jours et en années entières.
- Le nombre de jours entre le 17/11/N et le 01/09/N+1 sera considéré comme égal à 287 jours.
- Le nombre de jours entre le 01/09/N et le 17/11/N sera considéré comme égal à 78 jours (365-287).

CORRIGÉ

1. Établissez le schéma des flux financiers liés à cet emprunt obligataire.



2. Quelle sera l'équation du taux de rendement actuariel brut (TRAB) à l'émission, en supposant que le souscripteur conserve son obligation jusqu'à son échéance de remboursement ?

En raisonnant pour une obligation et à partir du schéma des flux financiers ci-avant, l'équation du taux de rendement actuariel brut à l'émission est donnée par :

$$4\,950 = 500 (1 + \text{TRAB})^{-1} + 500 (1 + \text{TRAB})^{-2} + 500 (1 + \text{TRAB})^{-3} + 500 (1 + \text{TRAB})^{-4} + (500 + 5\,000) \times (1 + \text{TRAB})^{-5}$$

Soit un TRAB de + 10,23 %.

3. Comparez le taux de rendement actuariel brut (TRAB) avec le taux nominal (10 %). Commentez.

Le TRAB (10,23 %) > Taux nominal (10 %) puisque les obligataires perçoivent :

- des coupons (500 €) ;
- une prime de remboursement unitaire de 50 € par titre.

4. Déterminez le prix théorique de cession de ces obligations au 17/11/N, date à laquelle les taux d'intérêt sur le marché obligataire sont de 8 %.

Le prix théorique (X) de cession de l'obligation est fonction :

- des coupons restant à percevoir entre N et N+3 ;
- du taux du marché ;
- du temps qui s'écoule (en jours) entre chaque échéance.

Il est donné par l'équation actuarielle suivante :

$$X = 500 \times 1,08^{-287/365} + 500 \times 1,08^{-(1-287/365)} + 5\,500 \times 1,08^{-(2-287/365)} = 5\,344,90 \text{ €}$$

5. Calculez la durée des obligations détenues par la société Peybere.

Période	Flux financiers	Flux actualisés	Flux pondérés
N+1 (287/365)	500	470,64	370,06
N+2 (1+287/365)	500	435,78	778,43
N+3 (2+287/365)	5 500	4 438,48	12 366,93
Total		5 344,90	13 515,42

$$\text{Duration} = 13\,515,42 / 5\,344,90 = 2,53 \text{ ans}$$

6. Vous en déduirez la sensibilité des obligations.

$$\text{Sensibilité} = -D / (1 + i) = -2,53 / 1,08 = -2,34 \%$$

7. Commentez les résultats obtenus.

La durée est relativement courte, car la maturité de l'obligation est faible. La sensibilité de 2,34 % signifie qu'une hausse de 1 point des taux sur le marché entraîne une baisse 2,34 % de l'obligation. Cette obligation à taux fixe est rentable (10,23 %) et présente un risque de taux plutôt faible.

Exercice 2 : Marché des actions

ÉNONCÉ

La société Tintec est cotée sur l'Eurolist.

Son capital est composé de 40 000 actions de valeur nominale de 10 € par action.

L'entreprise a réalisé un bénéfice global de 2 000 000 € au cours de l'exercice, et prévoit conformément à sa politique de distribution, de consacrer une somme de 1 600 000 € au paiement de dividendes aux actionnaires.

L'action cote à ce jour 500 € sur l'Eurolist, alors que le titre cotait 450 € un an plus tôt.

TRAVAIL À FAIRE

1. Calculer le bénéfice par action (BPA), le dividende par action (DPA) et le taux de distribution de la société.
2. Déterminez le taux de rendement du dividende.
3. En quoi le taux de rentabilité périodique de l'action diffère-t-il du rendement de l'action ? Calculer son taux de rentabilité périodique sur la dernière année.
4. En quoi le taux de rentabilité de l'action, tel que déterminé dans la question précédente, ne satisfait-il pas à la définition du taux de rentabilité exigée par les actionnaires selon le modèle du MEDAF ?
5. On décide de retenir le MEDAF, calculer le taux de rentabilité exigée par les actionnaires, avec $\beta = 1,8$, Taux des OAT = 4 %, Rentabilité espérée du marché = 9 %.
6. Calculez et interprétez le PER.
7. Évaluez le titre Tintec selon le modèle de Gordon Shapiro, en supposant un taux de croissance des bénéfices de 6 %.
8. Modèle de Bates : un investisseur de Tintec souhaite vendre dans 5 ans les actions qu'il possède. En reprenant les résultats des questions précédentes et en supposant leur permanence dans le temps, à quel PER(n) doit-il vendre ?

CORRIGÉ

Question 1

BPA = Bénéfice net de l'exercice/Nombre d'actions = $2\,000\,000/40\,000 = 50$ €

DPA = Dividendes de l'exercice/Nombre d'actions = $1\,600\,000/40\,000 = 40$ €

Taux de distribution (d) = Dividende net/Bénéfice net = $40/50 = 80$ %

L'entreprise Tintec pratique une politique de distribution de 80 % de ses bénéfices.

Ce taux est relativement élevé et plutôt caractéristique d'entreprises se situant sur des secteurs d'activité à maturité. Plus le taux de distribution est élevé, meilleure est la rémunération de l'actionnaire, qui sera sensible à l'importance de taux et à sa régularité.

Question 2

Taux de rendement = DPA/Cours de l'action = $40/500 = 8$ %

Question 3

Le taux de rentabilité périodique d'une action tient compte non seulement des dividendes perçus au cours de la période considérée mais aussi de la plus (ou moins) value en cas de cession éventuelle.

Taux de rentabilité = $[D + C_n - C_0]/C_0 = 40 + (500 - 450)/450 = 20$ %

Question 4

- Le risque lié à l'action n'est pas pris en compte.
- Le marché influence plus ou moins grandement la valeur.
- La rentabilité est calculée ex post, et non ex ante.
- La notion de rémunération du risque pris dans un actif financier risqué, n'est pas prise en compte (prime de risque).

Question 5

Taux de rentabilité exigée par les actionnaires = Taux sans risque + Prime de risque
 = Taux sans risque + $\beta \times (E(R_m) - \text{Taux sans risque})$
 = 4 % + $1,8 \times (9 \% - 4 \%) = + 13 \%$

Question 6

Appelé aussi multiple de capitalisation, il est égal au rapport du cours de cette action sur son bénéfice. Le PER indique combien de fois le bénéfice par action est pris en compte par le cours de Bourse, autrement dit combien de fois se « paie » l'entreprise, en termes de bénéfices.

PER = 500/50 = **10 fois**

La valeur d'un PER n'a de réelle signification que lorsqu'il est comparé à une norme (PER du secteur d'activité, PER historique sur plusieurs années).

Il permet de comparer plusieurs titres du même secteur d'activité, ou comparer le PER d'un titre avec celui du marché. Plus le PER est élevé, plus le taux de croissance des bénéfices est élevé, et inversement.

PER et taux de croissance des bénéfices sont les caractéristiques de sociétés dynamiques sur des marchés à fort développement (haute technologie, Next Economy...).

Question 7

Le taux de croissance (g) à l'infini des dividendes est de + 6 %, et en reprenant les informations nécessaires des résultats précédents :

$$V_0 = \frac{\text{DPA}}{(k - g)}$$

$$V_0 = 40 / (13 \% - 6 \%) = \mathbf{571,43 \text{ €}}$$

Au vu du modèle, la valeur Tintec laisserait encore un potentiel de croissance de son cours.

Question 8

Identifions les variables à partir des questions précédentes :

- cette action est valorisée actuellement par le marché financier à 10 fois ses bénéfices ;
- le taux de croissance annuel des bénéfices (BPA) est supposé constant et égal à 6 % ;
- le taux de rentabilité exigé par les actionnaires est de 13 % ;
- le taux de distribution supposé constant est égal à 80 %.

$$\text{PER}_0 = 10$$

$$\text{Taux de distribution (d)} = 80 \%$$

$$\text{Taux de rentabilité exigée (k)} = 13 \%$$

$$\text{Taux de croissance g} = 6 \%$$

$$n = 5 \text{ ans}$$

$$A = [(1 + 0,13) / (1 + 0,06)]^5 = 1,3768$$

$$B = [(1 + 0,06) / (0,06 - 0,13)] \times (1 - 1,3768) = -15,1429 \times (1 - 1,3768) = 5,7058$$

$$\text{PER}_n = \text{PER}_0 \times A - d \times B = 10 \times 1,3768 - 0,8 \times 5,7078 = 13,768 - 4,566 = 9,20$$

L'investisseur devra vendre son action à un PER proche de 9 fois.

Exercice 3 : Marché des actions**ÉNONCÉ**

Il vous est demandé d'étudier un investissement en actions françaises (Ile, Vilaine) à partir des informations suivantes.

Caractéristiques	Ile	Vilaine
Rentabilité mensuelle moyenne	?	+ 2,09 %
Variance des rentabilités	+ 0,28457 %	+ 0,432717 %
Écart type des rentabilités	?	?

Rentabilité mensuelle du titre Ile

Mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
R(%)	5	- 3,4	- 4,23	8,82	8,11	- 5	7,24	- 4,91	0,65	5,77	1,82	- 4,76

TRAVAIL À FAIRE

1. Calculez la rentabilité mensuelle moyenne du titre Ile à partir du tableau ci-avant.
2. Calculez les écarts type des rentabilités des titres Ile et Vilaine.
3. Commentez les résultats obtenus et le choix qui s'offre à l'investisseur.
4. Sachant que la covariance des rentabilités des deux titres est de + 0,00050 %, commentez le résultat obtenu.
5. Vous en déduirez le coefficient de corrélation des rentabilités et vous l'interprétez.
6. L'investisseur décide d'acheter un portefeuille diversifié, parmi plusieurs combinaisons, composées de X % d'actions Ile et de Y % d'actions Vilaine.

Portefeuilles	P1 (100 % Ile)	P2 (80 % Ile)	P3 (60 % Ile)	P4 (40 % Ile)	P5 (20 % Ile)	P6 (0 % Ile)
Rentabilité	2,09 %	1,924 %	1,76 %	1,59 %	1,43 %	1,26 %
σ	6,58 %	5,37 %	4,50 %	4,17 %	4,51 %	5,32 %

Représentez graphiquement l'ensemble des portefeuilles avec pour abscisse le risque (σ) et en ordonnée la rentabilité $E(R_p)$ du portefeuille.

7. Sur quels portefeuilles l'investisseur portera-t-il son choix ? Pourquoi ?
8. Définissez la notion de frontière efficiente.

CORRIGÉ

1. Calculez la rentabilité mensuelle moyenne du titre Ile.

$$\text{Rentabilité moyenne} = \frac{\sum \text{rentabilités périodiques}}{n}$$

$$\text{Rentabilité mensuelle moyenne} = 15,11 \% / 12 = + 1,26 \%$$

2. Calculez les écarts type des rentabilités des titres Ile et Vilaine.

$$\text{Écart type Ile} = \sqrt{0,28457} = 0,533 \%$$

$$\text{Écart type Vilaine} = \sqrt{0,432717} = 0,658 \%$$

3. Commentez les résultats obtenus et le choix qui s'offre à l'investisseur.

	Ile	Vilaine
Rentabilité	+ 1,26 %	+ 2,09 %
Risque	0,533 %	0,658 %

L'investisseur doit analyser son investissement sous l'angle rentabilité/risque.

S'il ne souhaite pas prendre de risque, il doit privilégier le titre Ile. S'il privilégie la performance, il choisira le titre Vilaine (rentabilité plus élevée), mais le risque (volatilité) est important. Il n'y aura aucune corrélation entre les rentabilités des titres Ile et Vilaine.

4. Sachant que la covariance des rentabilités des deux titres est de + 0,00050 %, commentez le résultat obtenu.

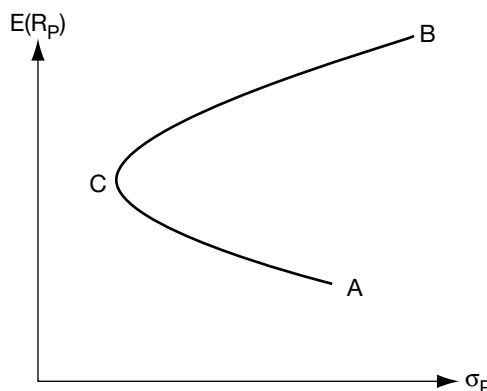
La covariance est proche de 0 (bien que légèrement positive), les rentabilités des deux titres sont indépendantes.

5. Vous en déduisez le coefficient de corrélation des rentabilités et vous l'interprétez.

$$= 0,00050 / (0,533 \times 0,658) = 0,001426$$

La corrélation est proche de 0, ce qui confirme qu'il n'y a aucune corrélation dans l'évolution des rentabilités entre le titre Ile et le titre Vilaine.

6. Représentez graphiquement l'ensemble des portefeuilles avec pour abscisse le risque (σ) et en ordonnée la rentabilité $E(R_p)$ du portefeuille.



7. Sur quels portefeuilles l'investisseur portera-t-il son choix ? Pourquoi ?

L'investisseur devra se porter sur les portefeuilles P1, P2, P3, P4 qui sont dominants :

- pour un même niveau de risque, ce sont ceux qui présentent la rentabilité la plus élevée ;
- pour un même niveau de rentabilité, ce sont ceux qui présentent le risque le plus faible.

Tout investisseur rationnel choisira son aversion au risque parmi ces portefeuilles.

8. Définissez la notion de frontière efficiente.

Parmi l'ensemble infini des portefeuilles possibles, certains dominent d'autres. Ces portefeuilles sont appelés efficaces ou efficients. Ainsi un portefeuille sera dit *efficace* si :

- parmi tous ceux qui ont la même variance de rentabilité que lui, il présente l'espérance de rentabilité la plus forte ;
- parmi tous ceux qui ont la même rentabilité que lui, il présente la variance plus faible.

L'ensemble des portefeuilles efficaces constituent la frontière efficace ou efficiente de Markowitz. La frontière efficace est représentée par l'arc supérieur de l'hyperbole.

Exercice 4 : Marché des options négociables

ÉNONCÉ

Le 01/06/N, un investisseur averti souhaite mettre en place une stratégie de STRADDLE sur les options négociables sur une action cotée en Bourse.

Quotité = 10 actions par option négociable

Cours actuel du sous-jacent (S) = 102 €

	Call	Put
Strike (K)	100	100
Prime unitaire (P)/action	4,50 €	1,80 €
Échéance	30/09/N	30/09/N
Prime globale	?	?

TRAVAIL À FAIRE

1. En quoi consiste l'achat d'un Straddle sur options négociables ?
2. En quoi consistent l'achat et la vente de la combinaison du Straddle ?
3. Précisez l'anticipation et les objectifs poursuivis par l'acheteur et le vendeur du Straddle.
4. Précisez la position du Strike du call et du Put par rapport au cours du sous-jacent.
5. Décomposez la prime du Call et du Put en Valeur intrinsèque et valeur spéculative.
6. Calculez le coût de la prime globale du call, du Put et de la stratégie de Straddle.
7. Quel est le seuil de rentabilité (SR) pour l'achat du Call et du Put « secs » ?
8. Déterminez les résultats (Pay Off) de la combinaison à échéance (remplir le tableau suivant).

Colonne 1	Colonne 2	Colonne 3	Colonne 4	Colonne 5	Colonne 6
Cours sous-jacent	Prime du Call	Résultat sur Call exercé	Prime du Put	Résultat sur Put exercé	Résultat Straddle
80					
85					
90					
95					
100					
105					
110					
115					
120					

9. Vérifiez le niveau de seuil de rentabilité du Straddle.
10. Représentez graphiquement la stratégie du Straddle.
Avec :
 - en abscisses les cours à l'échéance du sous-jacent (ex. 1 = 80, 2 = 85...);
 - en ordonnées, le Pay off de la stratégie.
11. Préciser la zone de gain de l'acheteur du Straddle.

CORRIGÉ**Question 1**

Le straddle est une combinaison à base d'options négociables.

Le Straddle consiste à acheter (ou vendre) simultanément un call et un put.

Cette combinaison fait intervenir une double prime (Call et Put), et correspond à une stratégie spécifique d'évolution du cours du sous-jacent.

Question 2

Achat du Straddle Achat simultané d'un Call et d'un Put de même sous-jacent, de même prix d'exercice, de même échéance.

Vente du Straddle Vente simultanée d'un Call et d'un Put de même sous-jacent, de même prix d'exercice, de même échéance.

Question 3

	Anticipation	Objectifs
Acheteur du Straddle	Forte hausse ou baisse du cours du sous-jacent	Spéculation ou stratégie de couverture – Gain en cas de forte volatilité
Vendeur du Straddle	Stabilité du cours du sous-jacent dans une fourchette de cours donnée	Encaisser des primes sur options (revenus financiers)

Question 4

Pour le Call, $k = 100$, $S = 102$, l'option d'achat est « In the Money » (ITM)

Pour le Put, $k = 100$, $S = 102$, l'option d'achat est « Out of the Money » (OTM)

Question 5

	Call	Put
Valeur intrinsèque	2 € ($102 - 100$)	0,00 € (OTM)
Valeur spéculative	2,5 € ($4,5 - 2$)	1,80 €
Prime unitaire	4,50 €	1,80 €

Question 6

Prime globale du call = 10 (quotité) $\times 4,5$ € = 45 €

Prime globale du Put = 10 (quotité) $\times 1,80$ € = 18 €

Prime globale du Straddle = 45 € + 18 € = 63 €

Question 7

SR du call = $K + P = 100 + 4,5 = 104,50$ €

SR du put = $K - P = 100 - 1,8 = 98,2$ €

Question 8

$k = 100$

Colonne 1	Colonne 2	Colonne 3	Colonne 4	Colonne 5	Colonne 6
Cours sous-jacent	Prime du Call	Résultat sur Call exercé	Prime du Put	Résultat sur Put exercé	Résultat Straddle
80	- 4,5	0	- 1,8	20	13,7
85	- 4,5	0	- 1,8	15	8,7
90	- 4,5	0	- 1,8	10	3,7
95	- 4,5	0	- 1,8	5	- 1,3
100	- 4,5	0	- 1,8	0	- 6,3
105	- 4,5	5	- 1,8	0	- 1,3
110	- 4,5	10	- 1,8	0	3,7
115	- 4,5	15	- 1,8	0	8,7
120	- 4,5	20	- 1,8	0	13,7

Question 9

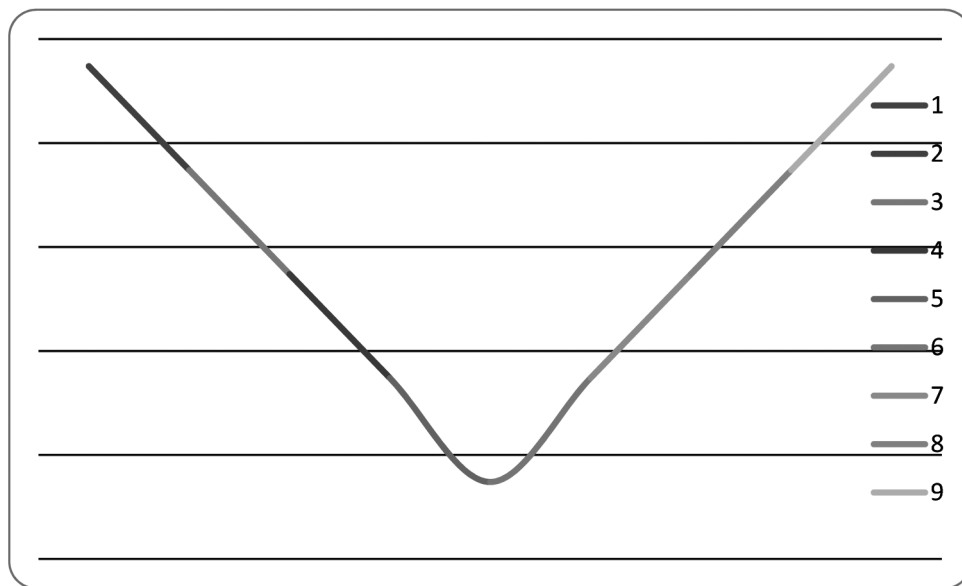
SR du Straddle (en cas de hausse) = $K + P$ (call) + P (Put) = $100 + 4,5 + 1,8 = 106,30$ €

SR du Straddle (en cas de baisse) = $K - P$ (Put) = $100 - 1,8 - 4,5 = 93,70$ €

Question 10

Avec :

- en abscisses les cours à l'échéance du sous-jacent (ex. 1 = 80, 2 = 85...);
- en ordonnées, le Pay off de la stratégie.

**Question 11**

La zone de gain pour l'acheteur se situe :

- au-dessus du cours de 106,30 € ;
- en dessous du cours de 93,70 €.

Dans la fourchette de [106,30 à 93,70] € pour le cours du sous-jacent, l'acheteur du Straddle est perdant, avec une perte maximale égale à la double prime ($4,5 + 1,8 = 6,30$ €).

- Action 36
- Actualisation 20
- Actualisation de flux constants 39
- Analyse fondamentale 67
- Analyse technique 68
- Arbitrage 74
- Bénéfice par action (BPA) 37
- Biais cognitif 72
- Bulle spéculative 74
- Coefficient de corrélation 52
- Coupon couru 34
- Cours de bourse 36
- Cours de l'obligation 29
- Covariance 52
- Droite du marché 57
- Duration 32
- Écart type 51
- Efficience informationnelle 68
- Finance comportementale 71
- Frontière efficace ou efficiente 55
- Junk Bonds 31
- Krach 76
- Markowitz 46
- Maturité 25
- MEDAF 58
- Modèle de Black et Scholes 100
- Modèle de Cox et Rubinstein 105
- Modèle de Gordon et Shapiro 41
- Modèle d'évaluation par arbitrage (MEA) 61
- Obligation 24
- Option 77
- PER (Price Earning Ratio) d'une action 38
- Portefeuille 46
- Portefeuille efficace 55
- Prime de remboursement 24
- Prix d'émission 24
- Prix de remboursement 24
- Prix d'exercice (strike) 79
- Risque spécifique 48
- Risque systématique 48
- Sensibilité 33
- Solvabilité 31
- Sous-jacent 79
- Taux de rendement actuariel 26
- Taux de rentabilité 49
- Taux fixe ou variable 25
- Taux nominal ou facial 25
- Temps discret 20, 23
- Valeur intrinsèque 79
- Valeur nominale 24
- Valeur temps 80
- Variance 50

À envoyer à la correction
Auteur : Antoine ROGER

EXERCICE 1 : GESTION OBLIGATAIRE (6 POINTS)

Les dirigeants d'une entreprise souhaitent investir dans un portefeuille d'obligations à taux fixe. Afin de les conseiller au mieux et définir une stratégie d'investissement à long terme, un ensemble de points vous sont proposés.

TRAVAIL À FAIRE

1. Précisez, en 10 lignes au maximum, les risques encourus par l'entreprise et les outils qui peuvent aider à les gérer ? (1,5 point)
2. Vérifiez le TRAB de chaque obligation indiqué dans le tableau suivant. Vous poserez sur votre copie l'équation de chaque TRAB. (1,5 point)

Les deux obligations sont remboursées au pair et présentent les caractéristiques suivantes :

Obligations à taux fixe	Taux nominal	Maturité	Cours du jour	TRAB	Valeur nominale	Remboursement
Oblig A	7 %	5 ans	92,22 %	9 %	1 000 €	In fine
Oblig B	5 %	3 ans	94,75 %	7 %	1 000 €	In fine

On supposera que les dates de versement des coupons des deux titres (A et B) sont identiques.

3. Quel est le TRAB du portefeuille composé d'un titre Oblig A et d'un titre Oblig B ? (1 point)

Vous vous aiderez du tableau suivant :

Titres - années	0	1	2	3	4	5
Oblig A	922,20 €	70	?	?	?	?
Oblig B	947,50 €	50	?	?	?	?
Total	?	120	?	?	?	?

4. Déterminez la duration et la sensibilité de chacune des obligations Oblig A et Oblig B, en supposant que le taux des obligations sur le marché est de 8 %. (1,5 point)
5. En cas de baisse future des taux, quelle obligation doit être privilégiée dans le portefeuille pour améliorer la performance ? Justifiez votre choix. (0,5 point)

EXERCICE 2 : GESTION ACTIONNAIRE (6 POINTS)

Il est vous est demandé d'étudier différents modèles d'évaluation d'une action à partir de l'actualisation des dividendes distribués sur un horizon de temps donné.

A. Évaluation d'une action à l'aide du modèle général du dividende actualisé

TRAVAIL À FAIRE

1. Après avoir calculé le coût des fonds propres (k), déterminez la valeur d'une action selon les hypothèses suivantes : (2 points)

- Taux des emprunts d'État (OAT) : 2 %
- Covariance du titre par rapport au marché : 2
- Variance de la rentabilité du marché : 1
- Prime de risque du marché : 4 %

Années	1	2	3	4
Dividende unitaire	2,5 €	2,8 €	3,1 €	4 €
Valeur terminale				180 €

2. Quelles sont les principales difficultés d'application liées à ce modèle ? (0,5 point)

B. Évaluation d'une action par les dividendes actualisés à croissance unique

3. Rappelez les conditions d'application et les limites du modèle de Gordon-Shapiro. (0,5 point)
4. Complétez le tableau ci-après relatif aux BPA, DPA et taux de croissance. (1 point)

Années	1	2	3
Bénéfice par action (BPA)	10 €	10,4 €	10,816 €
Taux de croissance des bénéfices (%)	N/A	?	?
Dividende par action (DPA) avec un taux de distribution de 30 %	N/A	?	?
Taux de croissance des dividendes (g)	N/A	?	?

5. Qu'en déduisez-vous ? (0,5 point)

6. En considérant le taux croissance des bénéfices de la question précédente, déterminez la valeur de l'action avec les hypothèses suivantes : (0,5 point)

- Coût des fonds propres (k) : 10 %
- Dividende (D_1) : 6 €

C. Évaluation d'une action par les dividendes actualisés à croissance multiple

7. Déterminez la valeur d'une action à partir des informations suivantes : (1 point)

Années	1	2	3
DPA _t	5 €	7 €	9 €

Taux de croissance à l'infini des dividendes au-delà de la troisième année : + 3 %

Coût des fonds propres (k) : 10 %

EXERCICE 3 : GESTION DES OPTIONS NÉGOCIABLES (8 POINTS)

Un investisseur dispose d'un portefeuille composé d'actions VASCO cotées en Bourse. La publication des résultats de la société est prévue pour le 31/05/N, mais il existe une grande incertitude sur la nature de ses résultats qui seront communiqués au marché. Le résultat publié pouvant être inférieur ou supérieur aux prévisions faites par les analystes financiers. Face à cette incertitude, l'investisseur décide de se protéger sur le marché des options.

A. Couverture par les options

TRAVAIL À FAIRE

1. Que doit-il faire pour se protéger sur le marché des options ? Envisagez une stratégie de base à partir des informations de l'annexe 1. (0,5 point)
2. Expliquez le mécanisme de la stratégie de couverture par les options, en envisageant les conséquences d'une hypothèse de hausse, de stabilité ou de forte baisse de l'actif sous-jacent. Vous ana-

lyserez uniquement l'opération envisagée à la question 1. (1 point)

3. Chiffrez les caractéristiques de la position selon la couverture prise et les informations figurant dans l'annexe 1. (1 point)

- Position du Strike (K) par rapport au cours du sous-jacent (S).
- Valeurs temps (VT) et intrinsèque (VI) de l'option.
- Seuil de rentabilité (SR) de la stratégie de base de protection.

Vous analyserez uniquement l'opération envisagée à la question 1.

B. Modèle d'évaluation des options par l'arbre binomial

4. Rappelez le principe d'évaluation par les arbres binomiaux. (0,5 point)

5. Quelles sont les hypothèses spécifiques et sous-jacentes de ce modèle ? (0,5 point)

6. Déterminez les composantes calculatoires nécessaires à l'établissement de l'arbre binomial avec 4 décimales. Pour cela, vous pourrez vous aider des formules figurant dans l'annexe 2. (1,5 point)

– $\Delta t = 1 \text{ mois} / 12 \text{ mois} = ?$

– Facteur Up = ?

– Facteur Down = ?

– Probabilité de hausse (p) = ?

– Probabilité de baisse (1-p) = ?

7. Dressez l'arbre binomial, en partant de l'actif sous-jacent et en vous inspirant du modèle binomial à une période (annexe 3) puis déterminez la valeur du sous-jacent à la fin de chaque période. (1,5 point)

8. En déduire la valeur théorique de l'option en période de $T = 0$, en descendant du sommet de l'arbre vers le bas. (1,5 point)

ANNEXE 1 LES CARACTÉRISTIQUES DES OPTIONS À L'EUROPÉENNE

Caractéristiques	Call	Put
Cours du sous-jacent (S)	2 000 €	2 000 €
Prix d'exercice (k)	1 800 €	1 800 €
Durée de vie (n)	2 mois	2 mois
Prime (p) cotée	255 €	135 €
Volatilité annuelle (σ)	30 %	30 %
Taux annuel sans risque (r)	4 %	4 %

La durée de vie de l'option est de 2 mois et sera décomposée en 2 sous périodes de 1 mois chacune.

ANNEXE 2 COMPOSANTES CALCULATOIRES DE COX RUBINSTEIN

Sous période $\Delta t = 1 \text{ mois} / 12 \text{ mois}$

Facteur de hausse du sous-jacent : $u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$

Facteur de baisse du sous-jacent : $d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$

Probabilité de hausse : $p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$

Probabilité de baisse : $1-p$

ANNEXE 3 ARBRE BINOMIAL À UNE PÉRIODE

